2022 □□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□

1□□2022·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ C□$x^2=4y$□□□□ F□□□□ l□□ P□ C□□□□ PF□ x□□□ Q□□

$\vec{PF}=3\vec{FQ}$□□□ P□□□ l□□□□□（　　）

A□6　　　　B□5　　　　C□4　　　　D□3

□□□□B

□□□□

□□□□

□□ P□ x□□□□□□□ N□□□□□ $\vec{PF}=3\vec{FQ}$□$|PN|=4$□□□□□□□□□□□□□□□.

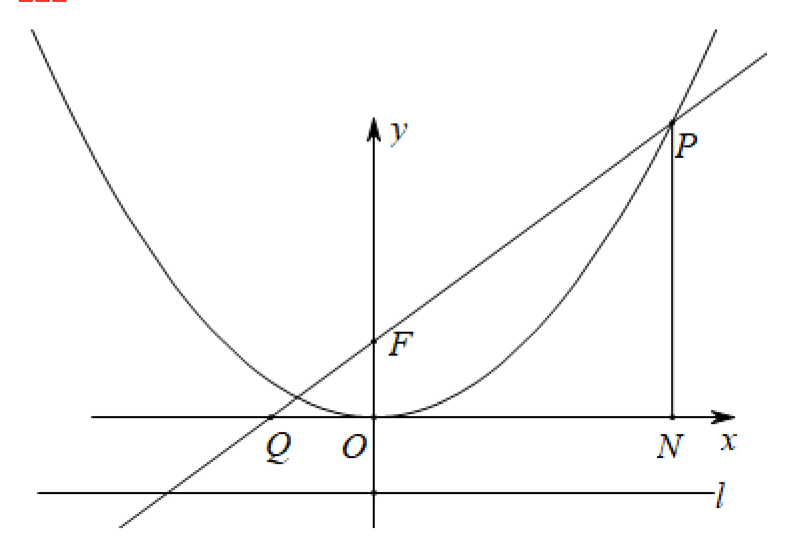
□□□□

□□□□□□□ P□ x□□□□□□□ N□□□□ $F(0,1)$□□ $|OF|=1$

□□ $\vec{PF}=3\vec{FQ}$ □□□ $\dfrac{|\vec{FQ}|}{|\vec{PQ}|}=\dfrac{|OF|}{|PN|}=\dfrac{1}{4}$

□□ $|PN|=4$□□□□ P□□□ l□□□□ $|PN|+1=5$.

□□□B



2□□2022·□□·□□□□□□□□□□□□ a_n □ $a_n=\dfrac{1}{f(n)}$ □□□ $f(n)$ □□□□ $\sqrt{n}$ □□□□□ a_n □□ m □□□10□□ m=□

□

A□15　　　　B□20　　　　C□30　　　　D□40

□□□□C

□□□□

□□□□

□□□□ $f(n)$ □□□□ $\sqrt{n}$ □□□□□□ $f(n)$ □□ 2 □ 1□4 □ 2□6 □ 3□8 □ 4□$\cdots\cdots$ □□□□□

$a_1=a_2=1, a_3=\ldots=a_6=\dfrac{1}{2}, a_7=\cdots=a_{12}=\dfrac{1}{3},\cdots$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□ $f(n)$ □□□□ $\sqrt{n}$ □□□□□ $f(1)=f(2)=1$ □ $f(3)=f(4)=f(5)=f(6)=2$ □

$f(7)=f(8)=f(9)=f(10)=f(11)=f(12)=3$ □$\cdots\cdots$□

□□□ $f(n)$ □□□□ $\sqrt{n}$ □□□□□□ 2 □ 1□4 □ 2□6 □ 3□8 □ 4□$\cdots\cdots$□

□ a_n □□ $a_n=\dfrac{1}{f(n)}$ □□□ $a_1=a_2=1, a_3=\ldots=a_6=\dfrac{1}{2}, a_7=\cdots=a_{12}=\dfrac{1}{3},\cdots$ □

□ $a_1+a_2=2, a_3+\ldots+a_6=2, a_7+\cdots+a_{12}=2,\cdots$ □

□□ a_n □□ m □□□ 10□□ $S_m=5\times2=10$ □

□□ m □□□□ 2 □□□□ 2 □□□□□□□ 5 □□□□ $m=5\times2+\dfrac{5\times4}{2}\times2=30$.

□□□C.

3□□2022·□□·□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □ R □□□□□ $f'(x)$ □□ $f'(x)>f(x)+1$ □ $f(x)+f(6-x)=2$ □ $f(6)=5$ □□□□

□ $f(x)+2e^x+1<0$ □□□□□　　□

A□$(-\infty,0)$　　　　B□$(0,+\infty)$　　　　C□$(0,3)$　　　　D□$(3,6)$

□□□□A

□□□□

□□□□

□$g(x)=\frac{f(x)+1}{e^x}$□□□□□$f'(x)>f(x)+1$□□□$g'(x)>0$□□□□□$g(x)$□R□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$x=0$□□□

$g(0)=-2$□□□□□□□□$g(x)<g(0)$□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□$g(x)=\frac{f(x)+1}{e^x}$□□□$g'(x)=\left(\frac{f(x)+1}{e^x}\right)'=\frac{f'(x)-f(x)-1}{e^x}$□

□□$f'(x)>f(x)+1$□□□$f'(x)-f(x)-1>0$□

□□$g'(x)>0$□□□□□$g(x)$□R□□□□□□□□□

□□□□$f(x)+2e^x+1<0$□□□$f(x)+1<-2e^x$□

□□$\frac{f(x)+1}{e^x}<-2$□□$g(x)<-2$

□□$f(x)+f(6-x)=2$□□$x=0$□□□$f(0)+f(6)=2$□

□□□$f(6)=5$□□□$f(0)=-3$□□□$g(0)=\frac{f(0)+1}{e^0}=-2$

□□□□□□□□$g(x)<g(0)$□

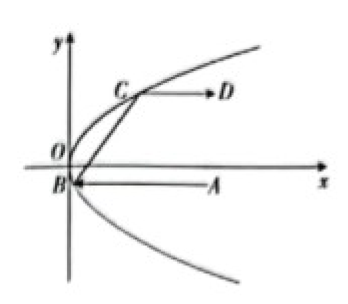
□□□$g(x)$□R□□□□□□□□□□□$x<0$□□□□□□□□□$(-\infty,0)$.

□□□A.

4□□2022·□□·□□□

□□□□□□□□□□□.□□□□□□$A(5,m_1)$□□□$y=m_1$□□□□□□□□□$y^2=4x$□□□□□□□□□□□□□$D(5,m_2)$□□□□□□□□□□□□

□



A□11　　B□12　　C□13　　D□14

□□□□B

□□□□

□□□□

□□ B□C □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□ $B(x_1,m_1)$ □ $C(x_2,m_2)$ □□□ $|AB|=5-x_1$ □ $|BC|=x_1+x_2+2$ □ $|CD|=5-x_2$ □□□□□□□□□□□□ 12.

□□□B

5□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□□□ 1765 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.□□□□□□□□□□□□□□□□“□□□”.□

□□□□□□□□□ $\triangle ABC$ □ $AB=AC$ □□ $B(-1,1)$ □□ $C(3,5)$ □□□“□□□”□□□ P □□ O□ $x^2+y^2=4$ □□□□□□□□□□□

M□N□□ $|MN|$ □□□□□□　　□

A□$\sqrt{2}$　　B□$2\sqrt{2}$　　C□$\sqrt{3}$　　D□$2\sqrt{3}$

□□□□B

□□□□

□□□□

□ BC □□□□□□□□□□□□□□□□□“□□□”□□ O □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $|MN|$ □□□□ P □□□□□□□ $|MN|$ □□□□.

□□□□

□□□□ B,C □□□ $(1,3)$ □“□□□”□□□ $k=-\dfrac{1}{k_{BC}}=-1$ □

□□“□□□”□□□ $y-3=-(x-1)$ □□ $x+y-4=0$ □

□ O□ $x+y-4=0$□□□□ $d=\frac{4}{\sqrt{2}}>2$□□“□□□”□□ O□□□

□□ $|MN|$□□□□□□ $\text{Rt}\triangle PMO$□$\text{Rt}\triangle PNO$□$\angle MOP=\angle NOP$□□□□$\angle MPN$□□□□□□$OP\perp$“□□□”□$\angle MPN$□□□

□□$d=|OP|=2\sqrt{2}$□□$|MN|=2r\sin\angle NOP$□□□ O□□$r=2$□$\cos\angle NOP=\frac{r}{d}=\frac{\sqrt{2}}{2}$□

□□$\sin\angle NOP=\frac{\sqrt{2}}{2}$□□$|MN|_{\min}=2\sqrt{2}$.

□□□B

6□□2022·□□□□·□□□□□□□□□ $f(x)$□$g(x)$□□□□□□□ F□G□□$F\subseteq G$.□□□□□$x\in F$□□□$g(x)=f(x)$□□□□$g(x)$□ $f(x)$□G□□□□“□□□□”.□□□□$f(x)=e^x(x\le 0)$□□$g(x)$□$f(x)$□$\mathbf{R}$□□□□□□□□□□$g(x)$□□□□□□□□$g(x)$□□□□

□□　　□

A□$e^{|x|}$　　B□$\ln|x|$　　C□$e^{-|x|}$　　D□$-\ln|x|$

□□□□C

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $x\in F$□□ $g(x)=f(x)$□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□ $g(x)$□□□□

$\therefore$□□□□□□□□□

□□□□A□$g(x)$□□□□□□$x\le 0$□□$g(x)=e^{-x}\ne f(x)$□□□□□□□□A□□□

□□□□B□□$x=0$□□$g(x)=\ln|x|$□□□□□□□□□□□□□□□B□□□

□□□□C□$g(x)$□□□□□□$x\le 0$□□$g(x)=e^{-(-x)}=e^x=f(x)$□□□□□□C□□□

□□□□ D□□ $x=0$ □□ $g(x)=-\ln|x|$ □□□□□□□□□□□□□□D □□□

□□□C

7□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□“□□□□”□□□.□ $x\in\mathbf{R}$ □□ $[x]$ □□□□□ x □□□□□□□

$f(x)=[x]$ □□□□□□.□□□□ $\{a_n\}$ □□ $a_2=2$ □□ $(n+1)a_{n+1}-na_n=2n+1$ □□ $b_n=[\lg a_n]$ □□ $\{b_n\}$ □□ n □□□ T_n □□ $T_{2021}=$ □

□

A□4950　　B□4953　　C□4956　　D□4959

□□□□C

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□ $a_n=n$ □□□□ $b_n=[\lg n]$ □□□□ b_n □□□□□.

□□□□

□ $(n+1)a_{n+1}-na_n=2n+1$ □ $a_2=2$ □□ $a_1=1$ □

□□□□□□ $na_n=na_n-(n-1)a_{n-1}+(n-1)a_{n-1}-(n-2)a_{n-2}+\cdots+2a_2-a_1+a_1=n^2$

□□ $a_n=n$ □

□ $b_n=[\lg n]$ □□ $1\le n\le 9$ □□ $b_n=0$ □□ $10\le n\le 99$ □□ $b_n=1$ □□ $100\le n\le 999$ □□ $b_n=2$ □□ $1000\le n\le 2021$ □□ $b_n=3$ □

□□ $T_{2021}=90+900\times 2+1022\times 3=4956$.

□□□C.

8□□2022·□□□□·□□□□□□□□ $C: x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$ □□□□□□□□ F_1,F_2 □□ F_2 □□□□ x □□□□□□□□□ A,B □□□ $\triangle AF_1F_2$ □□□□□

□□ O_1 □ $\triangle BF_1F_2$ □□□□□□□ O_2 □□□□ $F_1O_1F_2O_2$ □□□□□　　□

A□8　　B□6　　C□4　　D□2

□□□□C

□□□□

□□□□

□□□□□ $O_1O_2\perp F_1F_2$ □□□□□□□□ $C: x^2-\frac{y^2}{3}=1$ □□□ a,b,c □□□□□□□ $|F_1F_2|,|AF_2|,|BF_2|,|AF_1|,|BF_1|$ □□□□□□ r □□□

□□□□□□□ r □□□□□□□ $S=\frac{1}{2}|O_1O_2|\cdot|F_1F_2|$ □□□□.

□□□□

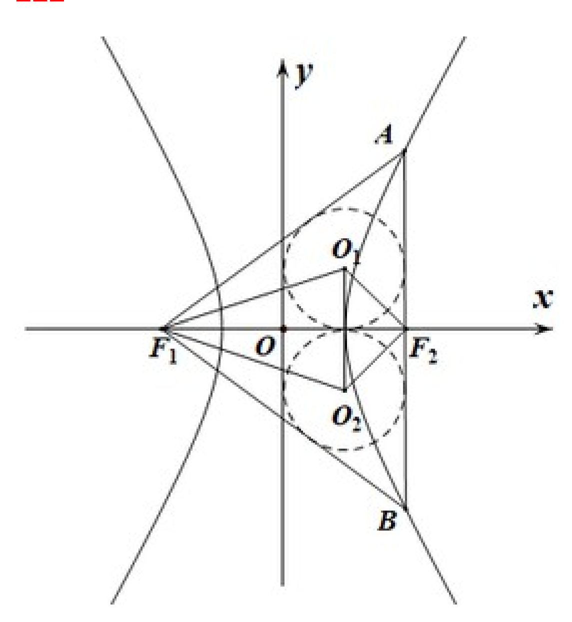
□□□□□□ O_1 □ O_2 □□□ $\triangle AF_1F_2$ □ $\triangle BF_1F_2$ □□□□□ $AB\perp x$ □□□□ $O_1O_2\perp F_1F_2$ □□□□□ $a=1,b=\sqrt{3}$ □□□ $|F_1F_2|=2c=4$ □

□□□□□ $|AF_2|=|BF_2|=\frac{b^2}{a}=3$ □□□□□□□□□□□ $|AF_1|=|BF_1|=2+3=5$ □□□ O_1 □□ O_2 □□□□ r □□□□□□□□

$\frac{1}{2}\cdot(|AF_1|+|AF_2|+|F_1F_2|)\cdot r=\frac{1}{2}\cdot|AF_2|\cdot|F_1F_2|$ □□ $\frac{1}{2}\times(3+5+4)\cdot r=\frac{1}{2}\times3\times4$ □□ $r=1$ □□□ $|O_1O_2|=2r=2$ □□□□□

$F_1O_1F_2O_2$ □□□□ $S=\frac{1}{2}|O_1O_2|\cdot|F_1F_2|=\frac{1}{2}\times2\times4=4$.

□□□C



□□□□

□□.

9．（2022·□□□□·□□□□□□□□□□ θ □□ $\sin\theta\cos\theta(\sin\theta+\cos\theta)=\frac{\sqrt{2}}{2}$ □□ $\tan\left(\frac{\theta}{2}-\frac{3\pi}{8}\right)=$ （　　）

A□$\frac{1}{2}$　　　　B□$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　　　C□$-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　　　D□-1

□□□□D

□□□□

□□□□

□□□□□$\sin 2\theta(\sin\theta+\cos\theta)=\sqrt{2}$□□□□□□□□$\theta=2k\pi+\frac{\pi}{4}$□ $k\in Z$□□□□□□□.

□□□□

□$\sin 2\theta(\sin\theta+\cos\theta)=\sqrt{2}$□□$\sin 2\theta\le 1, \sin\theta+\cos\theta\le\sqrt{2}$

□□$\begin{cases}\sin 2\theta=1,\\ \sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}\end{cases}$①□$\begin{cases}\sin 2\theta=-1,\\ \sin\theta+\cos\theta=-\sqrt{2}\end{cases}$②

□① □□$\sin\theta=\cos\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}$□□② □$\sin 2\theta=(\sin\theta+\cos\theta)^2-1=1$□□□□□

□$\theta=2k\pi+\frac{\pi}{4}$□ $k\in Z$□$\tan\left(\frac{\theta}{2}-\frac{3}{8}\pi\right)=\tan\left(k\pi+\frac{\pi}{8}-\frac{3}{8}\pi\right)=\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)=-1$.

□□□D

10□□2022·□□□□·□□□□□□□□□$a>0$□$b>0$□□$(a+1)^b=(b+2)^a$□□□　　□

A□$a>b$　　　　B□$a=b$　　　　C□$a<b$　　　　D□a□b□□□□□□□

□□□□C

□□□□

□□□□

□□□□□$\frac{\ln(a+1)}{a}>\frac{\ln(b+1)}{b}$□□□□□ $f(x)=\frac{\ln(x+1)}{x}(x>0)$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□$\frac{\ln(a+1)}{a}=\frac{\ln(b+2)}{b}>\frac{\ln(b+1)}{b}$□□ $f(x)=\frac{\ln(x+1)}{x}(x>0)$□

□ $f'(x)=\frac{\frac{x}{x+1}-\ln(x+1)}{x^2}$□□ $g(x)=\frac{x}{x+1}-\ln(x+1)(x>0)$□

□ $g'(x)=\frac{1}{(x+1)^2}-\frac{1}{x+1}=\frac{-x}{(x+1)^2}<0$ □□□ $g(x)$ □□□□□

□□ $g(x)<g(0)=0$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□□

□□ $g(a)>g(b)$ □□□ $a<b$.

□□□C.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{\ln(x+1)}{x}(x>0)$ □□□□□□□□□.

11．（2022·□□□□·□□□□□□□□□□□）□□ $C:y^2=36x$ □□□ F □□□□ C □ A,B □□□□A □□ B □□□□□ O □□□.□ $\triangle OAB$ □□□□

□□□□10，□ $|AB|$ □□□□（　　）

A．144　　　　B．72　　　　C．60　　　　D．48

□□□□D

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□ C □□□□ $F(9,0)$ □□□□□□□□□□□□□□□□ A,B □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ A,B □□□□□□□□□□ $|AB|$

□□.

□□□□

□□□□□ $C:y^2=36x$ □□□□□□ C □□□□ $F(9,0)$ □

□□ A,B □□□□□□ $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$ □

□□□ $\triangle OAB$ □□□□□□□□10□□□ $\frac{x_1+x_2+0}{3}=10$ □□□ $x_1+x_2=30$.

□□□ AB □□□□ $C:y^2=36x$ □□□ F □

□□□□□□□□□□□□ $|AB|=(x_1+9)+(x_2+9)=x_1+x_2+18=48$.

□□□D.

12．□2022·□□□□·□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{1}{x}(x>0)$ □□□ $P(a,b)$ □□□□□□□□□ $y=f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□　　□

A□ $ab<0$

B□ $0<ab<1$

C□ a^2+b^2 □□□□□2

D□ $e^a>b$

□□□□B

□□□□

□□□□

□□□.

□□□□

□□□□ $\left(x_0,\frac{1}{x_0}\right),x_0>0$ □□ $f'(x)=-\frac{1}{x^2}$ □□□□□□□ $k=f'(x_0)=-\frac{1}{x_0^2}$

□ $k=\frac{\frac{1}{x_0}-b}{x_0-a}$ □□□ $\frac{\frac{1}{x_0}-b}{x_0-a}=-\frac{1}{x_0^2}$ □□□□ $bx_0^2-2x_0+a=0$ □

□□□□ $P(a,b)$ □□□□□□□□□ $y=f(x)$ □□

□□□□ x_0 □□□ $bx_0^2-2x_0+a=0$ □□□□□□□□□□□ x_1,x_2 □□

$$\begin{cases}\Delta=4-4ab>0\\ x_1+x_2=\frac{2}{b}>0\\ x_1x_2=\frac{a}{b}>0\end{cases}$$ □□ $$\begin{cases}ab<1\\ b>0\\ a>0\end{cases}$$ □

$\therefore 0<ab<1$ □□ B □□□A □□□

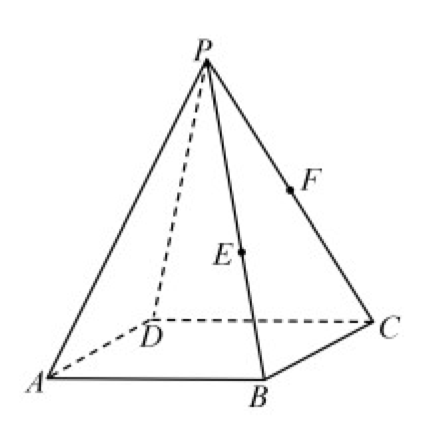
□□ C□□ $a=\frac{1}{4},b=2$ □□ $a^2+b^2=\frac{65}{16}>2$ □□□ a^2+b^2 □□□□□□□□ 2□□ C □□□

□□ D□□ $a=\frac{1}{5},b=4$ □□ $e^a=e^{\frac{1}{5}}<e^1<4=b$ □□ D □□.

□□□B.

13．□2022·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $P-ABCD$ □□□ A □□□□□□□ PB,PC,PD □□ E□F□G□□

$\frac{PE}{PB}=\frac{3}{5},\frac{PF}{PC}=\frac{1}{2}$□□$\frac{PG}{PD}$□□□□　　□



A□$\frac{1}{4}$　　　　B□$\frac{2}{3}$　　　　C□$\frac{3}{4}$　　　　D□$\frac{3}{5}$

□□□□C

□□□□

□□□□

□AC□BD□□O□□□□□□□□OA□OB□OP□x□y□z□□□□□□□□□□□□□□□□□$P(0,0,b)$□$A(a,0,0)$□$B(0,a,0)$□

$D(0,-a,0)$□$C(-a,0,0)$ (a□b>0)□□□□□PB□PC□PD□PA□□□□□PE□PF□□A,E,F,G□□□□□

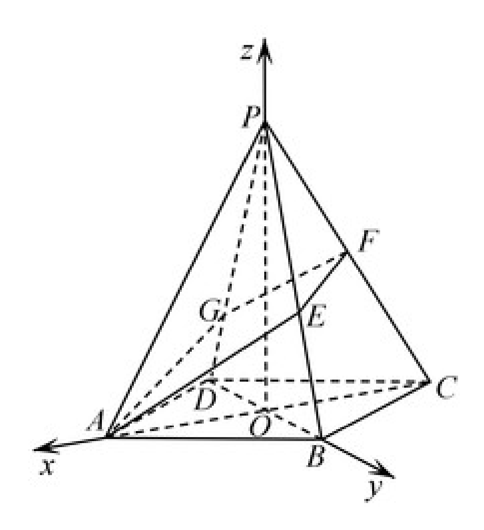
$PA=xPE+yPF+zPG$□□$PG=\lambda PD\ (0<\lambda<1)$□□$\lambda$ □□□□□.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□$P(0,0,b)$□$A(a,0,0)$□$B(0,a,0)$□$D(0,-a,0)$□$C(-a,0,0)$ (a□b>0)□□$PB=(0,a,-b)$□

$PC=(-a,0,-b)$□$PD=(0,-a,-b)$□$PA=(a,0,-b)$□

$\therefore PE=\frac{3}{5}PB=\left(0,\frac{3a}{5},-\frac{3b}{5}\right)$□$PF=\frac{1}{2}PC=\left(-\frac{a}{2},0,-\frac{b}{2}\right)$□



□□□A,E,F,G□□□□□□$PA=xPE+yPF+zPG$□□□$x+y+z=1$□

□$PG=\lambda PD=(0,-a\lambda,-b\lambda)$□$\lambda\in(0,1)$□

∴$(a,0,-b)=x\left(0,\frac{3a}{5},-\frac{3b}{5}\right)+y\left(-\frac{a}{2},0,-\frac{b}{2}\right)+z(0,-a\lambda,-b\lambda)=\left(-\frac{ay}{2},\frac{3ax}{5}-a\lambda z,-\frac{3bx}{5}-\frac{by}{2}-b\lambda z\right)$

□□□□$\begin{cases}-\frac{ay}{2}=a\\ \frac{3ax}{5}-a\lambda z=0\\ -\frac{3bx}{5}-\frac{by}{2}-b\lambda z=-b\\ x+y+z=1\end{cases}$□□$\begin{cases}y=-2\\ \frac{3x}{5}-\lambda z=0\\ \frac{3x}{5}+\frac{y}{2}+\lambda z=1\\ x+y+z=1\end{cases}$□□□$\lambda=\frac{3}{4}$□

□□$\frac{PG}{PD}=\frac{3}{4}$□

□□□C.

14□□2022·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□**C**□□□□□$\sqrt{3},F_1,F_2$□C□□□□□P□C□□□□$|PF_1|=3|PF_2|$□□$\triangle PF_1F_2$□

□□□$\sqrt{2}$□□□□C□□□□□□　　□

A□1　　B□2　　C□3　　D□4

□□□□B

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□ $\triangle PF_1F_2$ □□□□□□□□□□□□ $|PF_1|=3|PF_2|$ □ $\triangle PF_1F_2$ □□□□□□□□□□□□□□

□□□

□□□□□□□□□□□ $|PF_1|-|PF_2|=2a$

□□ $|PF_1|=3|PF_2|$

□□□ $|PF_1|=3a$ □ $|PF_2|=a$

□□□ **C** □□□□□ $\sqrt{3}$ □□□ $c=\sqrt{3}a$

□ $\triangle PF_1F_2$ □□□□□□□□□□□ $\cos\angle F_1PF_2=\dfrac{|PF_1|^2+|PF_1|^2-|F_1F_2|^2}{2|PF_1||PF_2|}=-\dfrac{1}{3}$

□□□ $\sin\angle F_1PF_2=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

$\triangle PF_1F_2$ □□□ $\sqrt{2}$ □□□ $\dfrac{1}{2}|PF_1||PF_2|\sin\angle F_1PF_2=\sqrt{2}a^2=\sqrt{2}$

□□□ $a=1$

□□□ C □□□□□2

□□□B

15□□2022·□□□□·□□□□□ F_1 □ F_2 □□□□□□ $C: x^2-\dfrac{y^2}{2}=1$ □□□□□□□ F_1 □□□ l □ C □□□□□□□□□□□□□ A □ B □□□□

$l\perp F_2B$ □□ $F_2A\cdot F_2B=$ □ □

A□ $4-2\sqrt{3}$　　B□ $4+\sqrt{3}$　　C□ $6-2\sqrt{5}$　　D□ $6+2\sqrt{5}$

□□□C

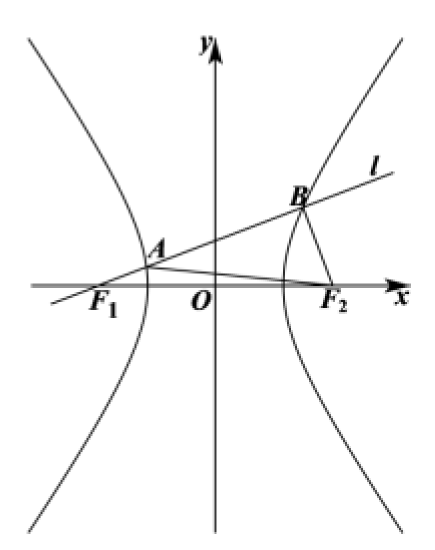
□□□

□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□ $|BF_2|$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□

□□□□ C □□ $a=1$ □ $b=\sqrt{2}$ □ $c=\sqrt{3}$ □□ $F_1\left(-\sqrt{3},0\right)$ □ $F_2\left(\sqrt{3},0\right)$ □



□□□□ l □□ F_1 □□□□□□□□ l □□□□□□□□□□

□ $l\perp F_2B$ □□ $\triangle F_1BF_2$ □□□□□□□□□ $|BF_1|^2+|BF_2|^2=|F_1F_2|^2=12$ □

□□□□□□□□□ $|BF_1|-|BF_2|=2$ □□□□ $4=\left(|BF_1|-|BF_2|\right)^2=|BF_1|^2+|BF_2|^2-2|BF_1|\cdot|BF_2|=12-2|BF_1|\cdot|BF_2|$ □

□□ $|BF_1|\cdot|BF_2|=4$ □

□□ $\begin{cases}|BF_1|-|BF_2|=2\\|BF_1|\cdot|BF_2|=4\end{cases}$ □□□ $|BF_2|=\sqrt{5}-1$ □

□□□ $\overrightarrow{F_2A}\cdot\overrightarrow{F_2B}=\left(\overrightarrow{F_2B}+\overrightarrow{BA}\right)\cdot\overrightarrow{F_2B}=\overrightarrow{F_2B}^2+\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{F_2B}=\left(\sqrt{5}-1\right)^2=6-2\sqrt{5}$.

□□□C.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□1□□□□□□□

□2□□□□□□□□□□□□

□3□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

16□□2022·□□□□·□□□□□□□□ $g(x)$ □□□□ R □□□□□□ $g'(x)$ □ $g(x)$ □□□□□□ $x\geq 0$ □□ $g'(x)>2x$ □□□□□ $g(x)>x^2$

□□□□□　　□

A．$(-\infty,0)$　　　　B．$(-2,0)$

C．（0，2）　　　　D．$(0,+\infty)$

□□□D

□□□□

□□□□

□$h(x)=g(x)-x^2$□□□□□□□$h(x)$□$[0,+\infty)$□□□□□□□$h(0)=0$□□□□□□□□□□□□$h(x)>h(0)$□□$x>0$□□□□$g(x)$□□□

□□□$x<0$□□□□□□□□□□□□

□□□□

□$h(x)=g(x)-x^2$□□$h'(x)=g'(x)-2x$□

□□□□$x\geq 0$□□$g'(x)>2x$□

□□□$x\geq 0$□□$h'(x)>0$□

□□$h(x)$□$[0,+\infty)$□□□□□□

□□$g(x)$□□□□R□□□□□□

□□$g(0)=0$□□□$h(0)=g(0)-0=0$□

□□□□□$g(x)>x^2$□□□$h(x)>h(0)$□

□□$h(x)$□$[0,+\infty)$□□□□□□□□$x>0$□

□□□$x\geq 0$□□$g(x)\geq 0$□

□□$g(x)$□□□□R□□□□□□

□□□$x<0$□□$g(x)<0$□□□$g(x)>x^2$□

□□□□□□□□□□$(0,+\infty)$

□□□D

17□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□ C□$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$□$a>0$□$b>0$□□□□□□□□□□ F_1□F_2□O□□□□□□P□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□ PO □□□□ C □□□□□ A□□□ PF_2 □□□□ C □□□□□□□□ B□$|PF_1|=3|PF_2|$□$\angle AF_2B=\frac{\pi}{3}$□□□□□□□□

□□□　　　□

A□$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　　　B□$\frac{\sqrt{7}}{2}$　　　　C□$\frac{\sqrt{13}}{2}$　　　　D□2

□□□□B

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$|PF_1|=3a,|PF_2|=a$□□□□□ F_1AF_2P □□□□□□□□□□□□$\triangle F_1PF_2$ □□□□□□□□□□□ a,c □□□□□□□□□□

□□.

□□□□

□□□□□□□□□□□$|PF_1|-|PF_2|=2a$ □□$|PF_1|=3|PF_2|$□

□$|PF_1|=3a,|PF_2|=a$□

□□□□□□□□□□$|PO|=|AO|$□□$|F_1O|=|F_2O|$,

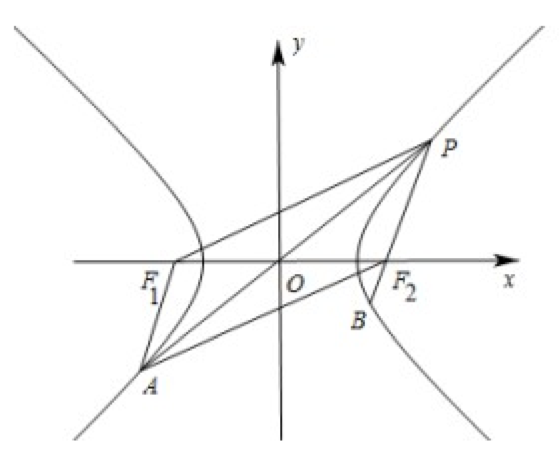
□□□□ F_1AF_2P□□□□□□□□□□$\angle AF_2B=\frac{\pi}{3}$□: $\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{3}$,

□$\triangle F_1PF_2$ □□$|F_1F_2|^2=|PF_1|^2+|PF_2|^2-2|PF_1|\cdot|PF_2|\cos\angle F_1PF_2$□

□$(2c)^2=(3a)^2+a^2-2\times3a\times a\cos\frac{\pi}{3}$□□$7a^2=4c^2$□

□$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{7}}{2}$□

□□□B.



□□□□□

18．（2021·□□□□□□□□□□□□□□）□□ $\{a_n\}$ □□ $a_n+a_{n+1}+a_{n+2}=m(n\in N^*)$，$m\in R$ □□□□□□□□□□（　　）

A．$a_{2021}=a_2$　　　　B．$a_{2021}=a_3$

C．$2S_6=S_{12}$　　　　D．$S_{2021}>a_3$

□□□□BD

□□□□

□□□□

□AB□□□□□□ $\{a_n\}$ □□□□3□□□□□□□□□□

□C□□□ $a_n+a_{n+1}+a_{n+2}=m(n\in N^*)$，$m\in R$ □□□□ S_6, S_{12} □□□

□D□□□ $a_n+a_{n+1}+a_{n+2}=m(n\in N^*)$，$m\in R$ □□□ $S_{2021}=674m-a_3$ □□□□□

□□□□

□□ $a_n+a_{n+1}+a_{n+2}=m(n\in N^*)$，$m\in\mathbf{R}$ □□□ $a_{n+1}+a_{n+2}+a_{n+3}=m$ □□□□□ $a_n=a_{n+3}$ □□□□□ $\{a_n\}$ □□□□3□□□□□□□□

$a_{2021}=a_{3\times673+2}=a_2$ □□□A□□□B□□□

□□ $S_6=a_1+a_2+\cdots+a_6=2m$

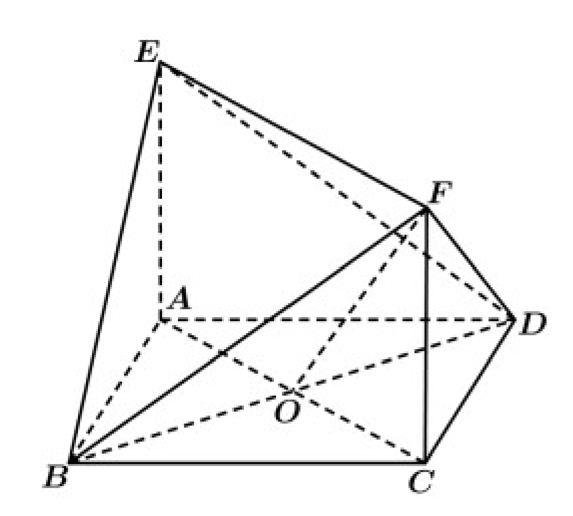
$S_{12}=a_1+a_2+\cdots a_{12}=(a_1+a_2+a_3)+\cdots+(a_{10}+a_{11}+a_{12})=4m$

□□ $2S_6=S_{12}$ □□□ C □□□

□□□ $S_{2021}=(a_1+a_2+a_3)\times673+a_1+a_2=674m-a_3$ □□□ m □□□□□□□□ S_{2021} □ a_3 □□□□□□□□□ D □□.

□□ BD.

19．□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□ $ABCDEF$ □□□□ $ABCD$ □□□□ 2 □□□□□ $ACFE$ □□□□□□ $ACFE\perp$ □□ $ABCD$，$AE=2$ □□□□□□□□□□ □



A．$FO\perp BD$

B．□□□□□ BE □ AD □□□□□ 60°

C．$\tan\angle FOC=\sqrt{2}$

D．□□□□ $F-BED$ □□□□ 4

□□□□AC

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $FO\perp BD$ □□□A □□□□□□□ BE □ AD □□□□□□ B □□□□□□□□□□□ C □□□□□□□□□□□□ D □

□□□□

□□ $ABCD$ □□□□□□□□ O □ BD □□□□

□□□ $ACFE\perp$ □□ $ABCD$ □ $ACFE$ □□□□□□ $AE\perp$ □□ $ABCD$ □ $CF\perp$ □□ $ABCD$ □

□□ $BF=FD$ □□□ $FO\perp BD$ □□□ A □□□

□□ $ABCD$ □□□□□□□ $AD\perp AB$ □□□ $AE\perp$ □□ $ABCD$ □

□□ $AD\perp AE$ □□ $AE\cap AB=A$ □□□ $AD\perp$ □□ ABE □□ $BE\subset$ □□ ABE □

□□ $AD\perp BE$ □□□□□□□ BE □ AD □□□□□ 90° □□□ B □□□

□ $Rt\triangle FCO$ □□ $OC=\sqrt{2}$ □ $FC=2$ □□□ $\tan\angle FOC=\dfrac{FC}{CO}=\sqrt{2}$ □□□ C □□□

□□□ $F-BED$ □□□

$$V_{F-BED}=2V_{B-ACFE}-2V_{F-BCD}=2\times\frac{1}{3}S_{ACFE}\cdot BO-2\times\frac{1}{3}S_{\triangle BCD}\cdot CF$$

$=2\times\frac{1}{3}\times2\sqrt{2}\times2\times\sqrt{2}-2\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\times2=\frac{8}{3}$ □□□ D □□.

□□ AC.

20□□2022·□□·□□□□□□□□□□□□ $P(2,4)$ □□□□ $Q(4,0)$ □□□ l □□ C □ $(x-6)^2+y^2=9$ □A □ B □□□ R □□ C □□□□□

□□　　□

A□ $|AB|$ □□□□□ $2\sqrt{5}$　　　　B□ P □ l □□□□□□□□ $2\sqrt{5}$

C□ $PQ\cdot PR$ □□□□□ $12-2\sqrt{5}$　　　　D□ $|PR|$ □□□□□ $4\sqrt{2}+3$

□□□□ABD

□□□□

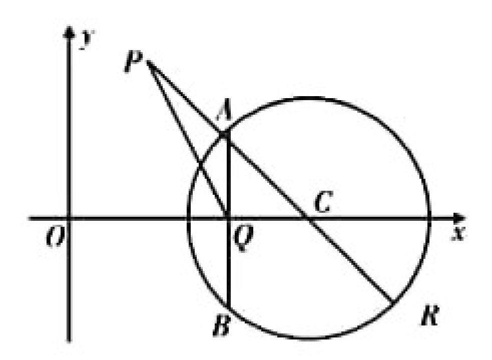
□□□□

□□ A□□□□□□□□□□□□ l □ x □□□□□ $|AB|$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ B□□□□ l □ PQ □□□□ P □ l □□□□□□□□□□□□ C□□

$R(6+3\cos\theta,3\sin\theta)$ □□□□□ $PQ\cdot PR=6\cos\theta-12\sin\theta+24$ □□□□□□□□□□□□□□ D□□ P □ C □ R □□□□□□ $|PR|$ □□

□□□□

□□□□□□ l □ x □□□□□ $|AB|$ □□□□□□□□□□ $2\sqrt{5}$ □□□ A □□□



□ $R(6+3\cos\theta,3\sin\theta)$ □□ $PQ\cdot PR=(2,-4)\cdot(4+3\cos\theta,3\sin\theta-4)=6\cos\theta-12\sin\theta+24$ □

□□ $PQ\cdot PR=6\sqrt{5}\cos(\theta+\varphi)+24$ □□□ $PQ\cdot PR$ □□□□□ $24-6\sqrt{5}$ □□□ C □□□

□ P □ C □ R □□□□□ $|PR|$ □□□□□□□ $|PC|+r=4\sqrt{2}+3$ □□□ D □□□

□□□ l □ PQ □□□□ P □ l □□□□□□□□□□□□□ $|PQ|=2\sqrt{5}$ □□□ B □□.

□□□ABD

□□□□

□□□

21□□2022·□□·□□□□□□□□□□□□□□□ $A-BCD$ □□□□□□□2□□□ O □□□□ $A-BCD$ □□□□□□ M □□□ BD □□□ D □□□□□□□□□□ M □□□ α □□ O □□□□□□□□ S□□ S □□□□□□□□　　□

A□$\frac{\pi}{2}$　　　　B□$\frac{3\pi}{4}$　　　　C□$\frac{3\pi}{2}$　　　　D□$\frac{5\pi}{3}$

□□□□BC

□□□□

□□□□

□□□□□ $A-BCD$ □□□□□□ R □□□□□□□□□□□□ πR^2 □□□□ O □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ O □□□□□□□ OM □□□□□□□□□□□□□□ $\sqrt{R^2-OM^2}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□□□□ $A-BCD$ □□□□□□□□□□2□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $A-BCD$ □□□□□

□□□□ $A-BCD$ □□□□2□□□□□□□□□□□ $\sqrt{2}$ □

□□□□□□□□ $2R=\sqrt{2+2+2}=\sqrt{6}$ □□□ $R=\frac{\sqrt{6}}{2}$ □

□□□□□□□□□□□□ $\pi R^2=\pi\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2=\frac{3\pi}{2}$ □

□□□ M □□□ BD □□□□

□□□□□ O □□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□ O □□□□□□□ OM □ $\triangle OBD$ □□□□□□□

□□ O □ BD □□□□□□□ H □

□ $OD=\frac{\sqrt{6}}{2}$ □□ $OH=\sqrt{OD^2-HD^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2-1}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ □

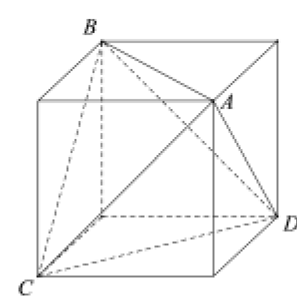
□□ $OM^2=OH^2+HM^2=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ □

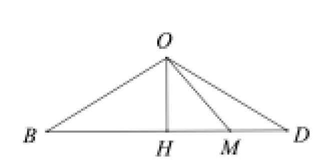
□□□□□□□□□□□□□ $\sqrt{R^2-OM^2}=\sqrt{\frac{6}{4}-\frac{3}{4}}=\sqrt{\frac{3}{4}}$ □

□□□□□□□□□□□ $\pi\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2=\frac{3\pi}{4}$ □

□□□□□□□□□□□ $\left[\frac{3\pi}{4},\frac{3\pi}{2}\right]$

□□□BC





22□□2022·□□·□□□□□□□□□□□□□□□ $n,\varphi(n)$ □□□□□□ n □□□□□□ n □□□□□□□.□□ $\varphi(n)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□ $\varphi(9)=6$ □□□　　□

A□ $\log_7\varphi(7^7)=6+\log_7 6$

B□□□ $\{\varphi(3^n)\}$ □□□□□

C□□□ $\{\varphi(2n)\}$ □□□□

D□□□ $\left\{\frac{n}{\varphi(2^n)}\right\}$ □□ n □□□□□4

□□□□ABD

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□A□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□B□□□□□□□□□$\varphi(2n)$□□C□□□□□□□□$\varphi(2^n)=2^{n-1}$□□

□□□□□□□□□□□□□□D.

□□□□

□□7□□□□□□□7^7□□□□□□7□14□21□…□7^7□□□$\frac{7^7}{7}=7^6$□□

□□$\log_7\varphi(7^7)=\log_7(7^7-7^6)=6+\log_7 6$□□A□□□

□□□3^n□□□□□1□2□4□5□7□8□10□11□…□3^n-2□3^n-1□□□$(3-1)\cdot 3^{n-1}=2\cdot 3^{n-1}$□□□□$\varphi(3^n)=2\cdot 3^{n-1}$□□□□

$\{\varphi(3^n)\}$□□□□□□□B□□□

□□$\varphi(2)=1$□$\varphi(4)=2$□$\varphi(6)=2$□□□□□$\{\varphi(2n)\}$□□□□□□□□□C□□□

□□$\varphi(2^n)=2^{n-1}$□□□$\sum_{i=1}^{n}\frac{i}{\varphi(2^i)}=\sum_{i=1}^{n}\frac{2i}{2^i}=2\sum_{i=1}^{n}\frac{i}{2^i}$.

□$S_n=\sum_{i=1}^{n}\frac{i}{2^i}=\frac{1}{2}+\frac{2}{2^2}+\cdots+\frac{n}{2^n}$□□$\frac{1}{2}S_n=\frac{1}{2^2}+\frac{2}{2^3}+\cdots+\frac{n-1}{2^n}+\frac{n}{2^{n+1}}$□

□□$\frac{1}{2}S_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{2}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^n}-\frac{n}{2^{n+1}}=\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{2^{n+1}}}{1-\frac{1}{2}}-\frac{n}{2^{n+1}}=1-\frac{n+2}{2^{n+1}}$□

□□$S_n=2-\frac{n+2}{2^n}$□□□□□$\left\{\frac{n}{\varphi(2^n)}\right\}$□□ n □□□$2S_n=4-\frac{n+2}{2^{n-1}}<4$□□D□□.

□□□ABD

23□□2022·□□□□·□□□□□$m\neq 0$□□$x=-m$□□□$f(x)=-m(x+m)^2(x+n)$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□　　□

A□$m=n$　　B□$n>m>0$

C□$n<m<0$　　D□$m>n>0$

□□□□BC

□□□□

□□□□

□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ m □□□□□□□□□ m□ n □□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□ $m=n$ □□ $f(x)=-m(x+m)^3$ □□□□□□ $f'(x)=-3m(x+m)^2$ □

□ $f'(x)\geq 0$ □ $f'(x)\leq 0$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□ $m\neq n$□

$\therefore f(x)$ □ $x=-m$□ $x=-n$ □□□□□□□□□□□ $x=-m$ □□□□□□□□ $x=-n$ □□□□□□□

□□□□□□ $x=-m$ □□□ $f(x)$ □□□□□□

□ $x=-m$ □□□□□□□□□□□□

□ $-m<0$ □□ $m>0$ □□□ $x>-n$ □□□ $f(x)<0$ □

□ $-n<-m$□ $-m<0$□

$\therefore n>m>0$□

□ $-m>0$ □□ $m<0$ □□□ $x>-n$ □□ $f(x)>0$ □

□ $-n>-m$□ $-m>0$□

$\therefore n<m<0$□

□□□BC□

24□□2022·□□□□·□□□□□□□ $f(x)=\frac{b}{|x|-a}(a>0,b>0)$ □□□□□□□“□”□□□□□“□□□”□□□□□ y □□□□□□□□□□□□

□□□“□□”□□“□□”□□□□□□□□“□□□”□□□□□□□□□□□□“□□”□□□ $a=1$□ $b=1$ □□□□□□□□□□( )

A□□□ $f(x)$ □□□□□□□ $x=1$ □□

B□□ $x\in(-1,1)$ □□ $f(x)$ □□□□□□1

C□□□ $f(x)$ □“□□”□□□ $y=\ln x$ □□□□□□□□□□□ $\sqrt{2}$

D□□□ $f(x)$ □□□“□□”□□□□□□□□□ 3π

□□□□BCD

□□□□

【分析】

A. 根据函数是偶函数，进行判断即可．

B. 判断当 $0\le x<1$ 时，函数的单调性即可．

C. 求函数 $y=\ln x$ 的导数，利用导数的几何意义进行求解．

D. 利用两点间的距离公式进行判断求解．

【详解】

当 $a=1$，$b=1$ 时，函数 $f(x)=\dfrac{1}{|x|-1}$．

A. $f(x)$ 的定义域为 $\{x|x\neq\pm1,\ x\in R\}$，且为偶函数，则函数关于 $x=0$ 对称，故 A 错误；

B. 其图象如图所示，当 $0\leqslant x<1$，$f(x)=\dfrac{1}{x-1}$ 为减函数，则当 $x=0$ 时，$f(x)$ 最大为 $f(0)=-1$，故 B 正确；

C. 当 $x=0$ 时，$y=-1$，即函数图象与 y 轴的交点为 $B(0,-1)$，其关于原点的对称点为 $C(0,1)$，

所以“囧点”为 $C(0,1)$，

设 $y=\ln x$，则 $y'=\dfrac{1}{x}$，设切点为 $(x_0,\ \ln x_0)$，

∴切线的斜率 $k=\dfrac{1}{x_0}$，

当“囧点”与切点的连线垂直切线时，距离最短，

∴ $\dfrac{\ln x_0-1}{x_0}\cdot\dfrac{1}{x_0}=-1$，

解得 $x_0=1$，

∴切点坐标为 $(1,0)$，

故函数 $f(x)$ 的“囧点”与函数 $y=\ln x$ 图象上的点的最短距离是 $\sqrt{(1-0)^2+(0-1)^2}=\sqrt{2}$，故 C 正确，

D. “囧圆”的圆心为 $C(0,1)$．要求“囧圆”的面积最小，则只需考虑 y 轴及 y 轴右侧的函数图象．当圆 C 过点 B 时，其半径为 2，这是和 x 轴下方的函数图象有公共点的所有“囧圆”中半径的最小值；

当圆 C 和 x 轴上方且 y 轴右侧的函数图象有公共点 A 时，设 $A(m,\dfrac{1}{m-1})$（其中 $m>1$），

则点 A 到圆心 C 的距离的平方为 $d^2=m^2+(\frac{1}{m-1}-1)^2$，

令 $\frac{1}{m-1}=t$，$(t>0)$，则 $d^2=(1+\frac{1}{t})^2+(t-1)^2=t^2+\frac{1}{t^2}+\frac{2}{t}-2t+2=(t-\frac{1}{t})^2-2(t-\frac{1}{t})+4$，

再令 $t-\frac{1}{t}=u$，（其中 $u\in R$），

则 $d^2=u^2-2u+4=(u-1)^2+3\geq 3$，

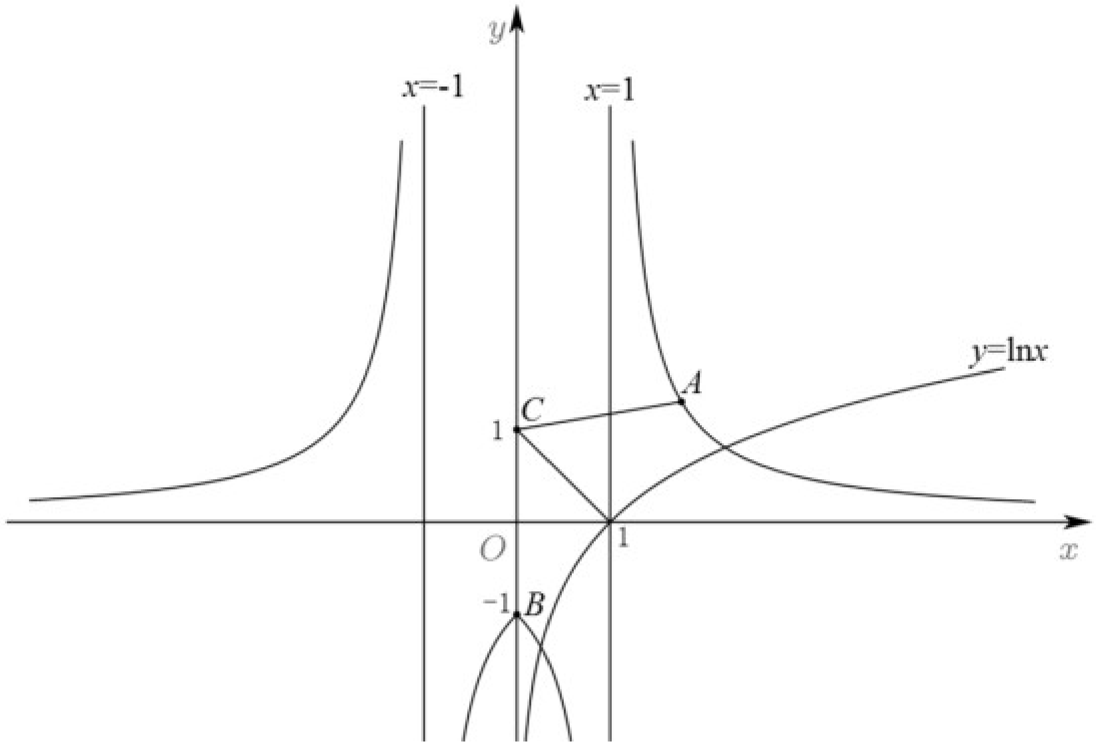
所以当圆 C 和 x 轴上方且 y 轴右侧的函数图象有公共点时，最小半径为 $\sqrt{3}$.

又 $2>\sqrt{3}$，

综上可知，在所有的“囧圆”中，半径的最小值为 $\sqrt{3}$.

故所有的“囧圆”中，圆的面积的最小值为 3π，故 D 正确，

故选：BCD.



【点睛】

本题主要考查抽象函数及其应用，其中根据“囧圆”的圆心坐标及“囧函数”的解析式，利用函数的奇偶性，单调性以及数形结合是解决本题的关键.

25.（2022·湖南郴州·高三期末）双曲函数在实际生活中有着非常重要的应用，比如悬链桥．在数学中，双曲函数是一类与三角函数类似的函数，最基础的是双曲正弦

函数 $\sinh x=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$ 和双曲余弦函数 $\cosh x=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$．下列结论正确的是（　　）

A. $\cosh x+\sinh x\ge x+1$

B. $\sinh(x+y)=\sinh x\cosh y+\cosh x\sinh y$

C. 若 $y=m$ 与双曲余弦函数 C_1 和双曲正弦函数 C_2 共有三个交点，分别为 x_1,x_2,x_3，则 $x_1+x_2+x_3\ge 1+\sqrt{2}$

D. $y=\cosh x$ 是一个偶函数，且存在最小值

【答案】ABD

【解析】

【分析】

利用指数的运算、指数函数图像以及双曲正弦、余弦函数的定义可判断各选项的正误．

【详解】

对于 A 选项，$\cosh x+\sinh x=e^x$，设 $g(x)=e^x-x-1$，$g'(x)=e^x-1$，

当 $x<0$ 时，$g'(x)<0$，函数 $g(x)$ 单调递减；当 $x>0$ 时，$g'(x)>0$，函数 $g(x)$ 单调递增；所以 $g(x)\ge g(0)=0$，所以

$\cosh x+\sinh x=e^x\ge x+1$，A 选项正确；

对于 B 选项，$\sinh x\cosh y+\cosh x\sinh y=\frac{(e^x-e^{-x})(e^y+e^{-y})+(e^x+e^{-x})(e^y-e^{-y})}{4}$

$=\frac{(e^{x+y}+e^{x-y}-e^{y-x}-e^{-x-y})+(e^{x+y}-e^{x-y}+e^{y-x}-e^{-x-y})}{4}=\frac{e^{x+y}-e^{-x-y}}{2}=\sinh(x+y)$，B 选项正确；

对于 D 选项，$y=\cosh x$ 是一个偶函数且在 $(-\infty,0]$ 为减函数，$[0,+\infty)$ 为增函数，所以 $x=0$ 时取最小值 1，D 选项正确．

对于 C 选项，函数 $\sinh x=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$ 单调递增，且值域为 R，

若 $y=m$ 与双曲余弦函数 C_1 和双曲正弦函数 C_2 共有三个交点，则 $m>1$，

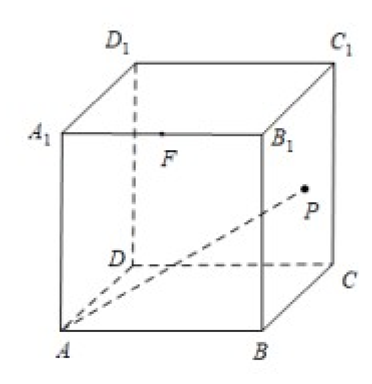
由双曲余弦函数 C_1 为偶函数得 $x_1+x_2=0$，由 $\frac{e^x-e^{-x}}{2}>1$ 得 $x_3>\ln(1+\sqrt{2})$，

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！

□□ $x_1+x_2+x_3>\ln(1+\sqrt{2})$ □C □□□□.

□□□ABD.

26□□2022·□□□□·□□□□□□□□ P □□□□ 2 □□□□ $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ □□□□□□□□□□□□ （ ）



A□□ P □□□ BCC_1B_1 □□□□□□□□ $P-AA_1D_1D$ □□□□□

B□□ P □□□ AC □□□□□ D_1P □ AC_1 □□□□□□□□□ $\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right]$

C□□□□ AP □□□ $ABCD$ □□□□□ 45°□□□ P □□□□□□ $\pi+4\sqrt{2}$

D□□ F □ A_1B_1 □□□□□ P □□□ $ABCD$ □□□□□□□ $PF\parallel$ □□ B_1CD_1 □□ PF □□□□□□□ $\sqrt{5}$

□□□□AC

□□□□

□□□□

A. □□□□□□□□□□□□□□ B.□□ $\triangle AD_1C$ □□□□□□□□□□C.□□□□ AP □□□ $ABCD$ □□□□□ 45 □□□□□□□□□□□□□□ D.□□□□□

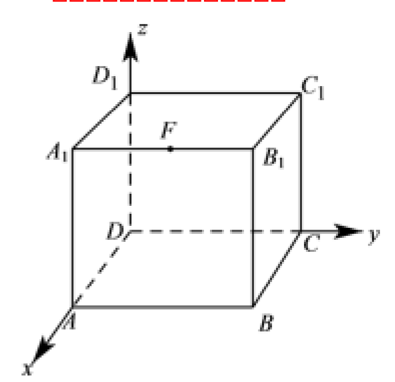
□□□□□□□ FP □□□□□□□.

□□□□

A. □ P □□□ BCC_1B_1 □□□□□□ P □□ AA_1D_1D □□□□□□ $S_{□□□AA_1D_1D}$ □□□

□□□□ $P-AA_1D_1D$ □□□□□□□A □□□

B. □□□□□□□□□□□□□□



□ $P(x,2-x,0)\ 0\le x\le 2$ □ $A_1(2,0,2),\ D_1(0,0,2),\ C_1(0,2,2)$ □□ $\overrightarrow{D_1P}=(x,2-x,-2),\ \overrightarrow{AC_1}=(-2,2,0)$ □

□ D_1P □ AC_1 □□□□□ θ □□ $\cos\theta=\left|\cos\langle\overrightarrow{D_1P},\overrightarrow{AC_1}\rangle\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{D_1P}\cdot\overrightarrow{AC_1}\right|}{\left|\overrightarrow{D_1P}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC_1}\right|}=\dfrac{|x-1|}{\sqrt{(x-1)^2+3}}$ □

□□ $0\le|x-1|\le1$ □

□ $|x-1|=0$ □□ $\theta=\dfrac{\pi}{2}$ □

□ $0<|x-1|\le1$ □□ $\cos\theta=\left|\cos\langle\overrightarrow{D_1P},\overrightarrow{AC_1}\rangle\right|=\dfrac{|x-1|}{\sqrt{(x-1)^2+3}}=\dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{3}{|x-1|^2}}}\le\dfrac{1}{2}$ □□ $\dfrac{\pi}{3}\le\theta<\dfrac{\pi}{2}$ □

□□□ $\dfrac{\pi}{3}\le\theta\le\dfrac{\pi}{2}$ □□□ D_1P □ AC_1 □□□□□□□□□ $\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{2}\right]$ □□ B □□□

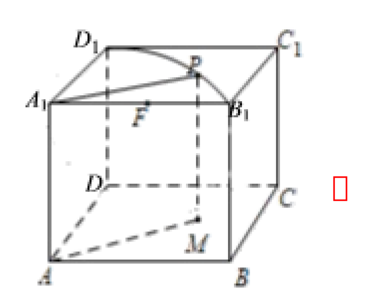
C.□□□□ AP □□□ $ABCD$ □□□□□ 45° □

□□ P □□□ DCC_1D_1 □□□ BCC_1B_1 □□□□ $\angle B_1AB=45^\circ, \angle D_1AD=45^\circ$ □□□□□□□

□□□ ADD_1A_1 □□□ P □□□□ $AD_1=2\sqrt{2}$ □

□□□ ABB_1A_1 □□□ P □□□□ $AB_1=2\sqrt{2}$ □

□□□ $A_1B_1C_1D_1$ □□□□□□□



□

□$PM\perp$□□$ABCD$□□□$\angle PAM=45$□□□$PM=AM$□

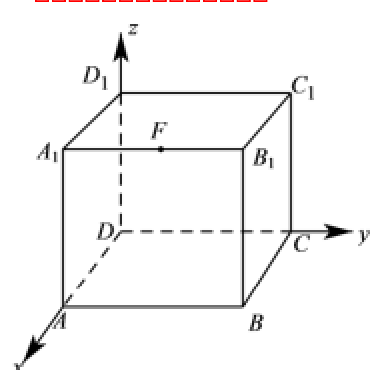
□ $PM=AB$□□□ $AM=AB$□

□$A_1P=AB$□□□□P□□□□□A_1□□□□□2□□□□□□□□□□

□□□ P□□□□□□$\frac{1}{4}\times 2\pi\times 2=\pi$□

□□□P□□□□□□□□□□$\pi+4\sqrt{2}$□□C□□□

D.□□□□□□□□□□□□□□□□□



□$P(x,y,0)\ 0\le x,y\le 2$□$B_1(2,2,2),D_1(0,0,2),C(0,2,0)$□

□$\overrightarrow{CB_1}=(2,0,2),\overrightarrow{CD_1}=(0,-2,2)$□$\overrightarrow{FP}=(x-2,y-1,-2)$□

□□□CB_1D_1□□□□□□□$\vec{n}=(a,b,c)$□

□$\begin{cases}\overrightarrow{CD_1}\cdot\vec{n}=0\\ \overrightarrow{CB_1}\cdot\vec{n}=0\end{cases}$□□$\begin{cases}-2b+2c=0\\ 2a+2c=0\end{cases}$□

□ $a=1$ □□ $\vec{n}=(1,-1,-1)$ □

□□ $PF//$ □□ BCD_1 □□□ $FP\cdot n=(x-2)-(y-1)+2=0$ □□ $y=x+1$ □

□□ $|FP|=\sqrt{(x-2)^2+(y-1)^2+4}=\sqrt{2x^2-4x+8}=\sqrt{2(x-1)^2+6}\ge\sqrt{6}$ □

□ $x=1$ □□□□□□□□ D □□□

□□□AC.

27□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□ $f(x)=|x|-\frac{1}{x}-3$□ $f'(x)$□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□ （　　）

A□ $f(x)$ □□□ $(0,+\infty)$ □□□□□

B□□ $x\in(-\infty,0)$ □□□□ $f(x)$ □□□□□ -1

C□ $f'(x)-f'(-x)=2$

D□ $y=f(x)-f'(x)$ □2 □□□

□□□□ABD

□□□□

□□□□

□ A□□□□□□□□□□□□□

□ B□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□ C□

□ D□□□.

□□□□

□ $x>0$ □□ $f(x)=x-\frac{1}{x}-3$□ $f'(x)=1+\frac{1}{x^2}>0$□∴ $f(x)$ □□□ $(0,+\infty)$ □□□□□□A □□□□□

□ $x<0$ □□ $f(x)=-x-\frac{1}{x}-3=(-x)+\frac{1}{(-x)}-3\ge-1$□□□□□ $x=-1$ □□□□□□□B □□□□□

□ $x<0$ □□ $f'(x)-f'(-x)=-2$ □C □□□□□

□ $x>0$ □□ $f(x)-f'(x)=\frac{x^3-4x^2-x-1}{x^2}$□□ $g(x)=x^3-4x^2-x-1$ □□ $g'(x)=3x^2-8x-1$ □□□ $\Delta>0$ □□□□ $g'(x)=0$□

□□□ $x_1,x_2(x_1<x_2)$ □□ $x_1x_2=-\frac{1}{3}<0\Rightarrow x_1<0,x_2>0$□□□ $x\in(0,x_2)$ □□ $g'(x)<0$□ $g(x)$ □□□□ $x\in(x_2,+\infty)$ □□

$g'(x)>0$□$g(x)$□□□□□$g(0)=-1<0$□□$g(5)=125-100-6=19>0$□□□$g(x)$□$(0,+\infty)$□□□□□□.

□$x<0$□□$f(x)-f'(x)=\frac{-x^3-2x^2-x-1}{x^2}$□□$h(x)=-x^3-2x^2-x-1$□□$h'(x)=-3x^2-4x-1$□□

$h'(x)=0\Rightarrow x_3=-1, x_4=-\frac{1}{3}$□$x\in(-\infty,-1)$□□$h'(x)<0$□$h(x)$□□□□□$x\in\left(-1,-\frac{1}{3}\right)$□□$h'(x)>0$□$h(x)$□□□□□

$x\in\left(-\frac{1}{3},0\right)$□□$h'(x)<0$□$h(x)$□□□□□□□□□$h\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{23}{27}<0$□□□□$h(-1)=-1<0$□□

$h(-3)=27-18+2=11>0$□□□$h(x)$□$(-\infty,0)$□□□□□□.

□□□$y=f(x)-f'(x)$□ 2 □□□□D □□□□.

□□□ABD.

28．□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□□xOy□□□□□O□$x^2+y^2=r^2(r>0)$□□M□$(x-3)^2+(y-4)^2=9$□□□A□B□□□□P□□□AB□□□□□□（□□□）□□□□□□□□□□□□（　　）

A□$r\in(2,6)$

B□□□□□P□□□□□P□□□□□1 □□□□□□□M□□□□□□$r\in(\sqrt{14},3\sqrt{6})$

C□□$\vec{PO}\cdot\vec{PM}>0$□□□□□$r\in(\sqrt{34},8)$

D□□□M□A□B□□□□□□□□□□□□□$r^2=34-15\sqrt{2}$

□□□□BC

□□□□

□□□□

□□A□□□O□□□r□□M□□□R□□$|R-r|<|OM|<R+r$□□□□□□.□□B□□□□AB□□□□□□□□$6x+8y-r^2-16=0$□

□□□ P□ AB □□□□□□ $M(3,4)$ □□□ AB □□□ d □□ $d+1<3$ □□□□□□.□□ C□□ AB□ OM□□ Q□□ $PO\cdot PM>0$ □□

□ Q□□ OM□□□□□□ $|QO|>|OM|$ □□□□□□.□□ D□□□□□ $\triangle AMB$ □□□□□□□□□□□ M□□□ AB□□□□□□□□

□□□□

□□ A□□□□ M□□□□ $M(3,4)$ □□□□ $R=3$ □□ O□□□□□□□□□□ r□□□□□

□□ $|R-r|<|OM|<R+r$ □□ $\begin{cases} r+3>5 \\ |r-3|<5 \end{cases}$ □□□ $2<r<8$ □□ A □□.

□□ B□□□□□□□□□□□□□□□□□ AB□□□□□□□ $6x+8y-r^2-16=0$ □

□□□□ P□□□□□ P□□□□□ 1 □□□□□□□ M□□□□□

□□ P□ AB□□□□□□□□ $M(3,4)$ □□□ AB□□□□ $d=\dfrac{|6\times3+8\times4-r^2-16|}{\sqrt{36+64}}=\dfrac{|r^2-34|}{10}$ □

□□ $d+1<3$□□ $\dfrac{|r^2-34|}{10}+1<3$ □□□ $14<r^2<54$ □□ $\sqrt{14}<r<3\sqrt{6}$ □□ B □□.

□□ C□□□□□□□□□ AB□ $OM(\quad)$ □□□□ □□□□□ AB□ OM□□ Q□

□ Q□ AB□□⊥□□□□ Q□□□□ OM□□□□□ P□□□ AB□□□□□□□□□□□ P□□ Q□□□

□ PO □ PM □□□□□□□ $PO\cdot PM<0$□□□□ Q□□□ OM□□□□□□□□ QO □ QM □□□□□

□□□ $AB\perp OM$ □□□□□ P□□ A□□ B□□□ PO □ PM □□□□□□

□ $\angle OQA=90^\circ$ □□□ $\angle OPM$ □□□□□□□ $PO\cdot PM>0$□

□□□□ $PO\cdot PM>0$ □□□□□□ $|QO|>|OM|$ □□ $2<r<8$ □

□ $\begin{cases} \dfrac{|6\times0+8\times0-r^2-16|}{\sqrt{36+64}}>5 \\ 2<r<8 \end{cases}$ □□□ $\sqrt{34}<r<8$ □□ C □□□

□□ D□□□ M□ A□B□□□□□□□□□□□□□□□□ C□

□□□□ $ACBM$ □□ $MA\perp AC$□ $MB\perp BC$□ $AC\perp AC$□□□ $MA\perp MB$□

□ $\triangle AMB$ □□□□□□□□□□□□□□ $M(3,4)$□ □□□ AB □□□□ $\frac{|r^2-34|}{10}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ □

□□ $r^2=34\pm15\sqrt{2}$ □□□□□ $2<r<8$ □□□ $r^2=34\pm15\sqrt{2}$ □□□□ D □□□

□□□BC□

29□□2022·□□□□·□□□□□□□□□ $m=(\cos\alpha,\sin\alpha)$, $n=(\cos\beta,\sin\beta)$ $(\alpha,\beta\in[0,2\pi),\alpha>\beta)$ □□ $m+n=(0,1)$ □□□□

□□□□□□□　　□

A□ $m^2+n^2=1$

B□ $\cos(\alpha-\beta)=-\frac{1}{2}$

C□ $\sin(\alpha+\beta)=0$

D□ $|\vec{m}-\vec{n}|$ □□□□□2

□□□□BC

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□ $\alpha=\frac{5\pi}{6},\beta=\frac{\pi}{6}$.

□□□ A □□□□□□□ m□ n □□□□□□□□□□

□□□ B □□□□□□□□□

□□□ C □□□□□□□□□

□□□ D □□□□□□□ $m-n$ □□.

□□□□

□□□□□□□□□□ $\begin{cases}\cos\alpha+\cos\beta=0\\ \sin\alpha+\sin\beta=1\end{cases}$

□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\alpha\in[0,2\pi),\beta\in[0,2\pi),\alpha>\beta$ □□□□ $\alpha=\frac{5\pi}{6},\beta=\frac{\pi}{6}$

□□□ A □ $m^2=1,n^2=1$ □□□□ $m^2+n^2=2$ □□□□ A □□□

□□□ B □□□□ $\cos(\alpha-\beta)=\cos\frac{2\pi}{3}=-\frac{1}{2}$ □□□□ B □□□

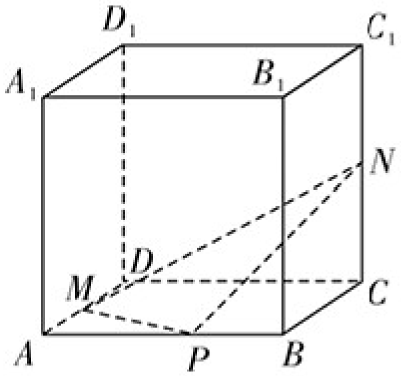
对选项C，则有：$\sin(\alpha+\beta)=\sin(\pi)=0$，故选项C正确；

对选项D，$\vec{m}=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right),\vec{n}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$，则有：$\vec{m}-\vec{n}=(-\sqrt{3},0)$

故有：$|\vec{m}-\vec{n}|=\sqrt{3}\neq 2$，故选项D错误.

故选：BC

30. （2022·广东揭阳·高三期末）如图所示，已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为$2, M, N$分别是AD, CC_1的中点，P是线段AB上的动点，则下列说法正确的是（　　）



A. 平面PMN截正方体所得的截面可以是四边形、五边形或六边形

B. 当点P与A, B两点不重合时，平面PMN截正方体所得的截面是五边形

C. $\triangle MPN$是锐角三角形

D. $\triangle MPN$面积的最大值是$\frac{\sqrt{21}}{2}$

【答案】BD

【解析】

【分析】

在不同的平面内构造平行线，将平面PMN进行扩展，发现其与正方体各个面上的交线，从而获得截面的形状，当点P与点B重合时，点P到直线MN的距离取到最大值，$\triangle MPN$的面积取到最大值，求得此时三角形的面积即可得出答案.

【详解】

解：如图，当点P与A, B两点不重合时，将线段MP向两端延长，分别交CD, CB的延长线于点O, Q，连接NO, NQ分别交DD_1, BB_1于R, S两点，连

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！

□ RM, SP □□□□□□□□□ $MPSNR$□□ B □□□

□□ P □□ A □□ B □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ A □□□□

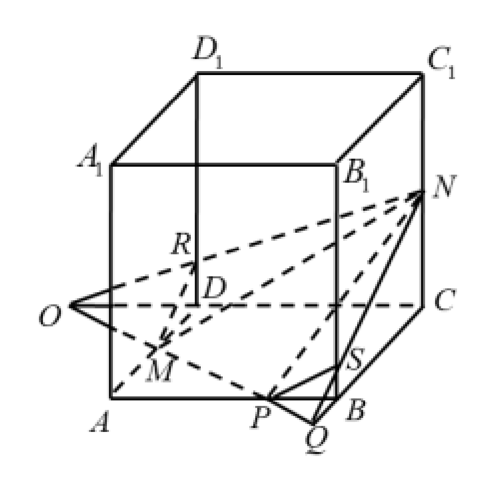
□□ $\triangle PMN$ □□□ P □□ A □□□□ $MN=\sqrt{6}$ □ $PM=1, PN=3$ □□□□□ $MN^2+PM^2<PN^2$ □□ $\angle PMN$ □□□□□□ C □□□

□□ P □□ B □□□□□ P □□□ MN □□□□□□□□□△ MPN □□□□□□□□□□

□□ $MN=\sqrt{6}, BM=BN=\sqrt{5}$ □□ MN □□□□□ $\sqrt{(\sqrt{5})^2-\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{14}}{2}$ □

□□□ $\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{14}}{2}\times\sqrt{6}=\frac{\sqrt{21}}{2}$ □□□□□□ $\frac{\sqrt{21}}{2}$ □□ D □□.

□□□BD.



31．（2022·□□·□□□□□□□□□□□□ a，$b\in R$ □□□□□□□□□□□（　　）

A．□ $a<b<0$ □□ $(a-1)^2<(b-1)^2$

B．□ $a+b=2$ □□ $2^a+2^b\geq 4$

C．□ $2^a-2^b>2^{-a}-2^{-b}$ □□ $a>b$

D．□ $a>b>0$ □□ $a+b=1$ □□ $a^b>b^a$

□□□BC

□□□

□□□

□□ A□□□ $y=x^2$ □ $(-\infty,0)$ □□□□□□□□□□

□□ B□□□□□□□□□□□□□□

□□ C□□□□□□□□ $f(x)=2^x-2^{-x}$ □□□□□□□□□□□

□□ D□□□□□ $a=b=\frac{1}{2}$ □□□□□□.

□□□□

□□ A□□□ $a<b<0$ □□□ $a-1<b-1<0$ □

□□ $y=x^2$ □ $(-\infty,0)$ □□□□□□ $(a-1)^2>(b-1)^2$.□ A □□□

□□ B□□□ $a+b=2$ □□□ $2^a+2^b\geq 2^{a+b}=2^2=4$.□ B □□□

□□ C□□□ $2^a-2^b>2^{-a}-2^{-b}$ □□□ $2^a-2^{-a}>2^b-2^{-b}$.

□□□ $f(x)=2^x-2^{-x}$.

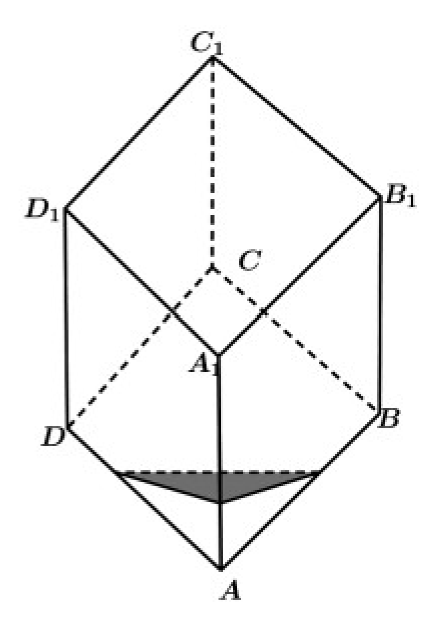
□□ $y=2^x$ □□□□□ $y=2^{-x}$ □□□□□□□ $f(x)=2^x-2^{-x}$ □□□□□□□ $a>b$.□ C □□.

□□ D□□ $a=b=\frac{1}{2}$ □□ $a>b>0$ □□ $a+b=1$ □□□ $a^b=b^a$.□ D □□.

□□□BC

32□□2022·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ □□□□ 8, □□□□□ $x(0<x<8)$ □□□.□□□□□

□□□□□□□A □□□□□□□□□□□□□□.□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □



A□□□□□□□□□□□

B□ $x=4$ □□□□□□□□□□□□□

C□□ $x\in(0,1)$ □□□□□□□□□□□□□□

D□□□□□□□□□□□ AC □□□□□□□□□□□ $3\sqrt{3}$

□□□□ACD

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□A □□□

$x=4$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $A_1B_1, B_1B, BC, CD, DD_1, D_1A_1$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□B □□

□□□ AA_1, AB, AD □□□□□□ $x=\frac{1}{6}\in(0,1)$ □□□□□□□□□□□□□C □□□

□□□□□□□□□ AC □□□□□□□□□□□□□□□□ B □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

$6\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\sqrt{2})^2=3\sqrt{3}$ □ D □□□

□□□ACD□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□1□□□

□2□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□3□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□,□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□4□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

33□□2022·□□□□·□□□□□□□□ C□ $x^2=2py(p>0)$ □□□□□□□ $T(1$□$-1)$□ C □□□□□□□□□□ A□B□□□□□□□□

□　　□

A□$p=1$

B□□□□□□□ $F(0$□$1)$

C□$TA\perp TB$

D□□□ AB □□□ $\frac{1}{2}$

□□□□BCD

【解析】

【分析】

C：$x^2=4y$，故选项A不正确；抛物线C：$x^2=4y$的焦点为$F(0,1)$，所以选项B正确；设直线$y+1=k(x-1)$，联立直线和抛物线的方程，得到韦达定理，利用韦达定理可判断选项C正确；求出AB：$x-2y+2=0$，故$k_{AB}=\frac{1}{2}$．故选项D正确．

【详解】

解：易知准线方程为$y=-1$，∴$p=2$，C：$x^2=4y$，故选项A不正确；

抛物线C：$x^2=4y$的焦点为$F(0,1)$，所以选项B正确；

设直线$y+1=k(x-1)$，代入$y=\frac{x^2}{4}$，得$\frac{x^2}{4}-kx+k+1=0$，

当直线与C相切时，有$\Delta=0$，即$k^2-k-1=0$，

设TA，TB斜率分别为k_1，k_2，易知k_1，k_2是上述方程两根，故$k_1k_2=-1$，

故$TA\perp TB$．故选项C正确；

设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，其中$y_1=\frac{x_1^2}{4}$，$y_2=\frac{x_2^2}{4}$．

则TA：$y-\frac{x_1^2}{4}=\frac{x_1}{2}(x-x_1)$，即$y=\frac{x_1}{2}x-y_1$．

代入点$(1,-1)$，得$x_1-2y_1+2=0$，同理可得$x_2-2y_2+2=0$，

故AB：$x-2y+2=0$，故$k_{AB}=\frac{1}{2}$．故选项D正确．

故选：BCD

34．（2022·广东潮州·高三期末）已知函数$f(x)=\sin^n x+\cos^n x(n\in N^*)$，则（　　）

A．对任意正奇数n，$f(x)$为奇函数

B．当$n=3$时，$f(x)$在$[0,\frac{\pi}{2}]$上的最小值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$

C．当$n=4$时，$f(x)$的单调递增区间是$[-\frac{\pi}{4}+k\pi,k\pi](k\in Z)$

D□□□□□□□ n□$f(x)$□□□□□□□□ $x=\frac{\pi}{4}$□□

□□□BD

□□□□

□□□□

□□□□ $f(0)$ □□□□□A□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□B□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□C□□□□□□□

$f(\frac{\pi}{2}-x)=f(x)$□□□D□□□□

□□□□

□□□□A□□ $n=1$ □□ $f(x)=\sin x+\cos x$ □□□ $f(0)=1\neq 0$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□A□□□

□□B□□ $n=3$ □□ $f'(x)=3\sin^2 x\cos x-3\cos^2 x\sin x=3\sin x\cos x(\sin x-\cos x)$ □

□ $x\in[0,\frac{\pi}{4})$ □□ $f'(x)<0$ □□ $x\in(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}]$ □□ $f'(x)>0$ □□□ $f(x)$ □ $[0,\frac{\pi}{4})$ □□□□□□□ $(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}]$ □□□□□□

□□ $f(x)$ □□□□□ $f(\frac{\pi}{4})=(\frac{\sqrt{2}}{2})^3+(\frac{\sqrt{2}}{2})^3=\frac{\sqrt{2}}{2}$ □□B□□□

□□C□□ $n=4$ □□ $f(x)=\sin^4 x+\cos^4 x=(\sin^2 x+\cos^2 x)^2-2\sin^2 x\cos^2 x=1-\frac{1}{2}\sin^2 2x=1-\frac{1-\cos 4x}{4}=\frac{1}{4}\cos 4x+\frac{3}{4}$ □

□ $-\pi+2k\pi\leq 4x\leq 2k\pi$ □□ $-\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{4}\leq 4x\leq\frac{k\pi}{2},k\in Z$ □

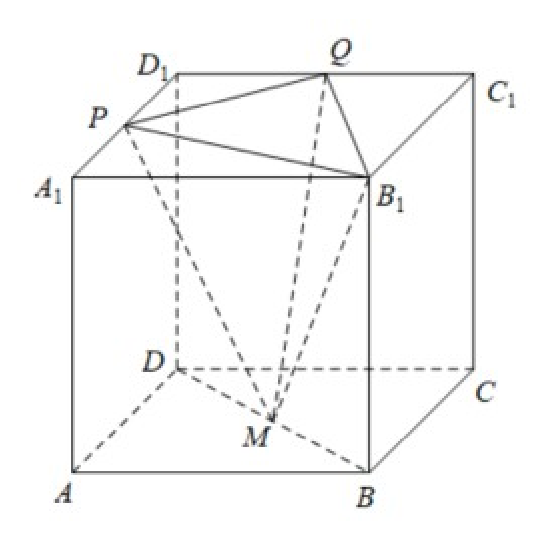
□□ $f(x)$ □□□□□□ $[-\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2},\frac{k\pi}{2}](k\in Z)$ □□C□□□

□□D□□□ $f(\frac{\pi}{2}-x)=\sin^n(\frac{\pi}{2}-x)+\cos^n(\frac{\pi}{2}-x)=\cos^n x+\sin^n x=f(x)$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□ $x=\frac{\pi}{4}$ □□□D□□□

□□□BD.

35□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□ $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ □□□□2□P□Q□□□□ A_1D_1 □ D_1C_1 □□□□M□□□ BD □□□□□□□

□



A□ $PQ\parallel BC$

B□ $PQ\perp B_1M$

C□□□□ $P-QMB_1$ □□□□□□

D□M□BD□□□□□□□□□ $M-PQ-B_1$ □□□□□60°

□□□□BC

□□□□

□□□□

□□□□ PQ □ B_1C_1 □□□□□□A□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□B□□□□□□□□□□□□□□C□□□□□□□□□□D.

□□□□

□□□□□□□□□ $BC\parallel B_1C_1$ □ PQ □ B_1C_1 □□□□□A□□□

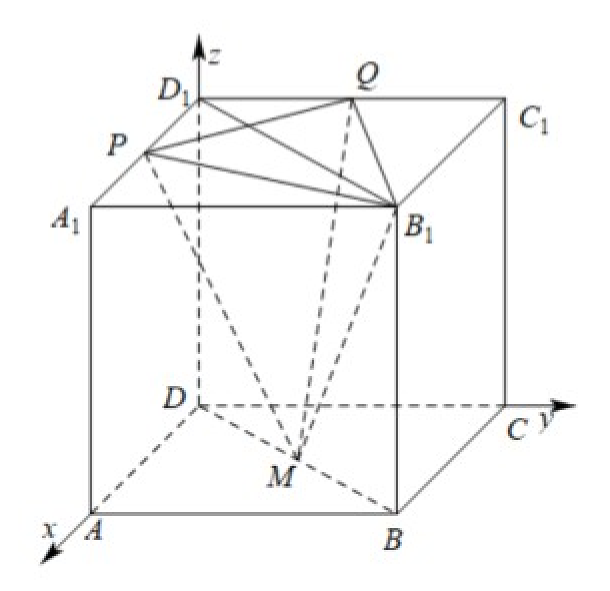
□□□□□□□□□ $PQ\perp B_1D_1, PQ\perp B_1B$ □□ $B_1D_1\cap B_1B=B_1$ □

$\therefore PQ\perp$ □□ B_1D_1DB □□ $B_1M\subset$ □□ B_1D_1DB □

$\therefore PQ\perp B_1M$ □□B□□□

□□□□M□□□ A_1C_1 □□□□□$d=2$□□□□ PQB_1 □□□ $S_{\triangle PQB_1}$ □□□□□□ $V_{P-QMB_1}=V_{M-PQB_1}=\frac{1}{3}S_{\triangle PQB_1}d$ □□□□□C□□□

□□□□□□□□□□□□□ $P(1,0,2)$, $Q(0,1,2)$, $M(1,1,0)$,



$\therefore$ $\overrightarrow{PQ}=(-1,1,0)$, $\overrightarrow{QM}=(1,0,-2)$ □

□□□ *PQM* □□□□ $\overrightarrow{m}=(x,y,z)$ □□

$\begin{cases}\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{PQ}=-x+y=0\\ \overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{QM}=x-2z=0\end{cases}$ □□ $z=1$ □□ $\overrightarrow{m}=(2,2,1)$ □

□□ PQB_1 □□□□□□ $\overrightarrow{n}=(0,0,1)$ □

□□□□ $M-PQ-B_1$ □□□□□ α □□

$\cos\alpha=\left|\frac{\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{n}}{|\overrightarrow{m}||\overrightarrow{n}|}\right|=\left|\frac{1}{\sqrt{9}\cdot\sqrt{1}}\right|=\frac{1}{3}$ □□ D □□.

□□□BC.

36□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□ $C: y^2=4x$ □□□□ F □□□□ 1 □□□ l □□□□□ A □ B □□□□□　　□

A□□□□ C □□□□□□ $x=1$

B□□□ AB □□□□□□ $y=2$ □

C□□ $|AB|=8$ □□ $\triangle OAB$ □□□□ $2\sqrt{2}$

D□□□□ AF □□□□□□□ y □□□

□□□□BCD

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□A□□□□□□□□□□□□□□B□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□C□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□D□□□□□.

□□□□

□□A□□□□□□C□□□□□□$x=-1$，A□□

□□B□□□□□$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$□□□□AB□□□□$M(x_0,y_0)$，

□$\begin{cases} y_1^2=4x_1 \\ y_2^2=4x_2 \end{cases}$□□□□□□$(y_1-y_2)(y_1+y_2)=4(x_1-x_2)$□□□$\frac{4}{y_1+y_2}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=1$，

□□□$y_1+y_2=4$□□$y_0=\frac{y_1+y_2}{2}=2$，B□□

□□C□□□□□□AB□□□□$y=x+b$□□□$\begin{cases} y=x+b \\ y^2=4x \end{cases}$□□□$x^2+(2b-4)x+b^2=0$，

$\Delta=4(b-2)^2-4b^2>0$□□□$b<1$□□□□□□□$x_1+x_2=4-2b$，$x_1x_2=b^2$，

$|AB|=\sqrt{2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{2}\times4\sqrt{1-b}=8$□□□$b=-1$，

□O□□□l□□□□$d=\frac{|b|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$□□$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}|AB|\cdot d=\frac{1}{2}\times8\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$，C□□

□□D□□□□□□AF□□□□$N(x_3,y_3)$□□$x_3=\frac{x_1+1}{2}$，

□□□□□□□□□$|AF|=x_1+1=2\times\frac{x_1+1}{2}$□□$|AF|$□□□$N$□$y$□□□□□□□

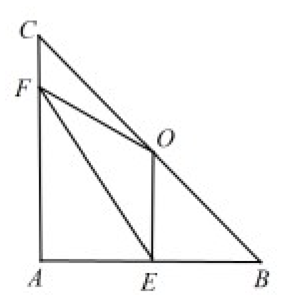
□□□□□□AF□□□□□□□y□□□D□.

□□□BCD.

□□□□□

37．□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□□□$\triangle ABC$□□$AB=AC=2,O$□BC□□□□E□F□□□□□AB,AC□□□□□□

$\angle EOF = 120$.



□1□□ $OE \perp AB$□□□ EF^2 □□□__________.

□2□ $\dfrac{1}{OE^2} + \dfrac{1}{OF^2}$ □□□□□__________.

□□□□ $\dfrac{7+2\sqrt{3}}{3}$ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1$

□□□□

□□□□

□□□□□□□ O□ $OD \perp AC$□□ D□□ Rt$\triangle OFD$□□□□□ OF□□□□ $\triangle OEF$□□

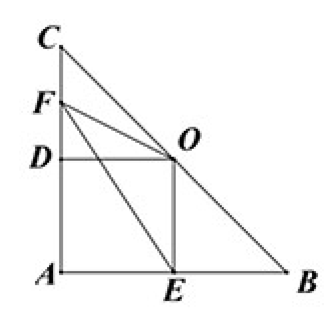
$\dfrac{1}{OE^2} + \dfrac{1}{OF^2}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□ $OE \perp AB$□□ $OE = 1$□□□ O□ $OD \perp AC$□□ D□

□ Rt$\triangle OFD$□□ $OD = 1$□ $\angle DOF = 30$ □ $OF = \dfrac{OD}{\cos 30} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$ □

□ $\triangle OEF$□□□□□□□□ $EF^2 = OE^2 + OF^2 - 2OE \cdot OF\cos 120^\circ = \dfrac{7+2\sqrt{3}}{3}$.



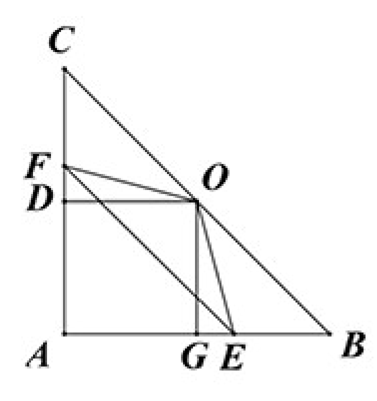
□2□□ $\angle OEA=\alpha\left(\frac{\pi}{4}\le\alpha\le\frac{7\pi}{12}\right)$ □□ $\angle OFA=\frac{5\pi}{6}-\alpha$ □

□□ O □□□ AC, AB □□□□ D, G □□□□ $OD=OG=1$ □

□△ OFD □ $\triangle OEG$ □□ $\frac{1}{OE^2}=\sin^2\alpha$ □ $\frac{1}{OF^2}=\sin^2\left(\frac{5\pi}{6}-\alpha\right)=\sin^2\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)$ □

□□ $\frac{1}{OE^2}+\frac{1}{OF^2}=\sin^2\alpha+\sin^2\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(2\alpha-\frac{\pi}{3}\right)+1$ □

□□□ $\alpha=\frac{5\pi}{12}$ □□ $\left(\frac{1}{OE^2}+\frac{1}{OF^2}\right)_{\max}=\frac{\sqrt{3}}{2}+1$.



□□□□□ $\frac{7+2\sqrt{3}}{3}$ □ $\frac{\sqrt{3}}{2}+1$.

38□□2022·□□·□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=e^x-x$ □□ $f(x)$ □□□□□□□□________□ □□□□□ $x\in(0,+\infty)$ □□□

□ $e^x-1\ge\frac{\ln x+2a}{x}$ □□□□ □□□ a □□□□□□________□

□□□□ $(0,+\infty)$ (□ $[0,+\infty)$ □□) $(-\infty,\frac{1}{2}]$

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $g(x)=e^x\cdot x-x-\ln x$ □□□□□ $t=x+\ln x$ □□□□□□□□□□□□.

□□□□

$f'(x)=e^x-1$,

□ $f'(x)>0$,

□□ $f(x)$ □□□□□□ $(0,+\infty)$ (□ $[0□+\infty)$ □□);

$e^x-1\ge\frac{\ln x+2a}{x}$ □□□ $2a\le e^x\cdot x-x-\ln x$.

□ $g(x)=e^x\cdot x-x-\ln x=e^x\cdot e^{\ln x}-x-\ln x=e^{x+\ln x}-(x+\ln x)$ □

□ $t=x+\ln x$ □□ $h(t)=e^t-t$ □

□ $f(x)=e^x-x$ □ $[0□+\infty)$ □□□□□□□

$h(t)\ge h(0)=e^0-0=1$ □

□ $2a\le1$ □

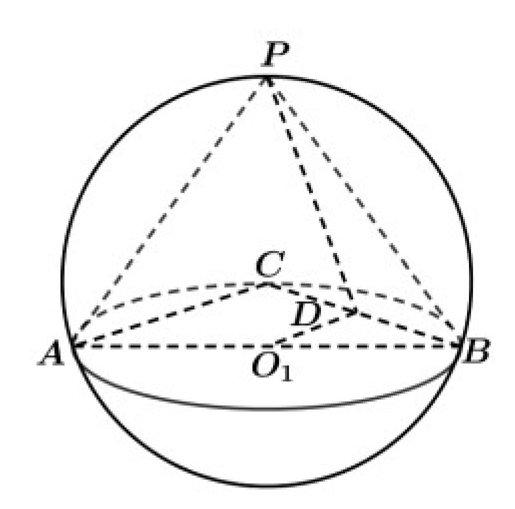
□□□ $a\le\frac{1}{2}$.

□□□□□ $(0,+\infty)$ (□ $[0,+\infty)$ □□) □ $a\le\frac{1}{2}$

□□□□□

39□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $P-ABC$ □□□ P□A□B□C □□□ O □□□□□□ $\triangle ABC$ □□□□□□ O □□ O_1 □ AB □□ O_1 □□□□ P □□□ ABC □□□□□ O_1 □ C □ AB □□□□ D □ BC □□□. $\cos\angle PDO_1=\frac{\sqrt{2}}{3}$ □□ P □□□ ABC □□□□ $\frac{\sqrt{7}}{2}$ □

□□ O □□□□□________.



□□□□ $\frac{121}{28}\pi$

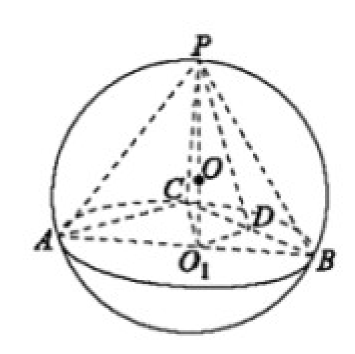
□□□□

□□□□

□□ PQ □□□ O □□ PQ □□□ ! PQD □□□ QD □□ $\triangle BQC$ □□ QB □□ ! PQB □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□□ PQ □□□ O □□ PQ □□



□ $\cos\angle PDQ=\frac{\sqrt{2}}{3}$ □□□ $\tan\angle PDQ=\frac{\sqrt{14}}{2}$ □□□□□ $PQ=\frac{\sqrt{7}}{2}$ □□□ $QD=\frac{\sqrt{2}}{2}$ □□ $\triangle BQC$ □□□ $QB=\sqrt{2}QD=1$ □

□□ O □□□□ R □□ $\left(\frac{\sqrt{7}}{2}-R\right)^2+1=R^2$ □□□ $R=\frac{11}{4\sqrt{7}}$ □□□□ O □□□□□ $S=4\pi R^2=\frac{121}{28}\pi$.

□□□□□ $\frac{121}{28}\pi$ □

40．（2022·□□·□□□□□□□□□□□□□□）□□ $P-ABCD$ □□□□□□□ $2\sqrt{2}$ ，E，F □□□ PC，AB □□□□，M □□ PB □□□ P，B

□□□□□□□ $ME+MF$ □□□□□________.

【□□】$2\sqrt{2}$

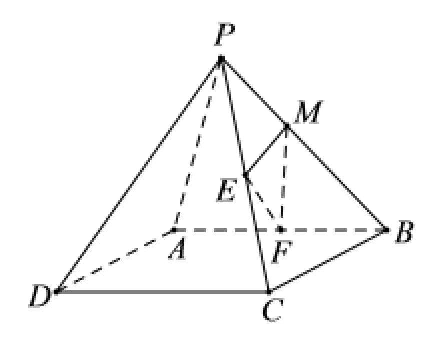
【□□】

【□□】

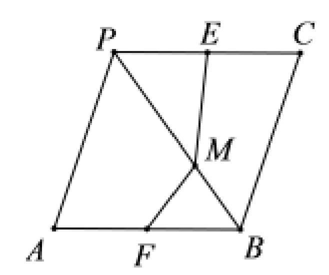
□□□□□□□ $P-ABCD$ □□□□□ E,M,F □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $ME+MF$ □□□ E,M,F □□□□□□□□□□□□□□□□.

【□□】

□□□□ $P-ABCD$ □□□□□□



□□ PAB □□ PBC □□□□□□□□□□□□ E，F □□□□□□□□□



□□□ M □□□□□□□□ E,M,F □□□□ $ME+MF$ □□□ $EF=2\sqrt{2}$.

□□□□□ $2\sqrt{2}$.

41．（2022·□□·□□□□□□□□□□□□□）□□ C_1：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ □□ C_2：$x^2+y^2=\frac{4b^2}{5}$ □□□□□ C_1 □□□□□ P，□□□□ P

□□□□ C_2 □□□□□□□□□□□□□ C_1 □□□□□□□□□□________.

□□□□ $\left(0,\frac{\sqrt{6}}{4}\right)$

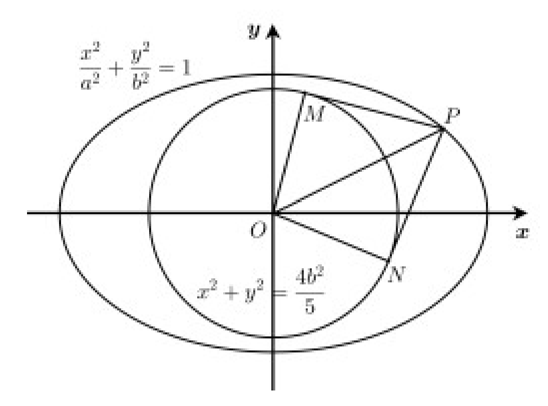
□□□□

□□□□

□□□ P □□□□□□□ C_2 □□□□□ M,N □□□□□□□□□□□□□□ $|OP|=\frac{2\sqrt{10}}{5}b$ □□□□ $|OP|>a$ □□□ $\frac{b}{a}>\frac{\sqrt{10}}{4}$ □□ $e=\sqrt{1-\left(\frac{b}{a}\right)^2}$ □

□□□□□.

□□□□



□□ P □□□□□□□ C_2 □□□□□ M,N □

□□□□□□□□□□□□ $|OP|=\sqrt{2}\times\frac{2\sqrt{5}}{5}b=\frac{2\sqrt{10}}{5}b$ □

□□□□ C_1 □□□□□ P □□□□ P □□□□ C_2 □□□□□□□□□□□

□□ $|OP|>a$ □□□ $\frac{2\sqrt{10}}{5}b>a$ □□□ $\frac{b}{a}>\frac{\sqrt{10}}{4}$ □

□□□□ C_1 □□□□ $e=\frac{c}{a}=\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2}}=\sqrt{1-\left(\frac{b}{a}\right)^2}<\sqrt{1-\left(\frac{10}{4}\right)^2}=\frac{\sqrt{6}}{4}$ □□ $e>0$ □

□□ $0<e<\frac{\sqrt{6}}{4}$.

□□□□□$\left(0,\frac{\sqrt{6}}{4}\right)$.

□□□□

□□□□□□□□□□ P □□□□ C_2 □□□□□□□□□□□□ $|OP|$ □□□.

42．□2022·□□·□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□$(0,+\infty)$□□ $x_2>x_1>0$□□ $\frac{f(x_1)}{x_2}-\frac{f(x_2)}{x_1}>\frac{e^{x_1}}{x_2}-\frac{e^{x_2}}{x_1}$ □□

$f(2)=e^2+1$□□ $f(\ln x)>\frac{2}{\ln x}+x$□□□□______□

□□□□$(1,e^2)$ ## $\{x|1<x<e^2\}$

□□□□

□□□□

□□ $g(x)=xf(x)-xe^x$□□□ $g(x)$ □$(0,+\infty)$□□□□□□□ $f(\ln x)>\frac{2}{\ln x}+x$□□□□ $g(\ln x)>g(2)$□□□□□□□□□□□

□□□□

□ $\frac{f(x_1)}{x_2}-\frac{f(x_2)}{x_1}>\frac{e^{x_1}}{x_2}-\frac{e^{x_2}}{x_1}$ □□ $x_1f(x_1)-x_1e^{x_1}>x_2f(x_2)-x_2e^{x_2}$ □

□ $g(x)=xf(x)-xe^x$□□ $g(x_1)>g(x_2)$□

□ $x_2>x_1>0$□

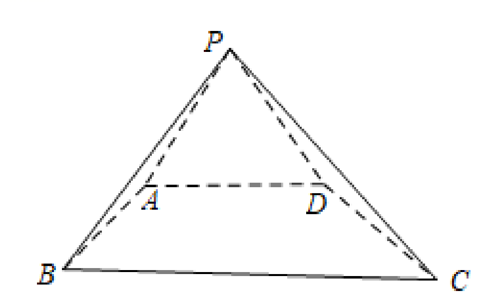
□□ $g(x)$ □$(0,+\infty)$□□□□□□

□ $f(\ln x)>\frac{2}{\ln x}+x$□□ $\ln xf(\ln x)-x\ln x>2$□□□ $g(2)=2f(2)-2e^2=2$□

□□ $g(\ln x)>g(2)$□□□ $0<\ln x<2$□□ $1<x<e^2$□

□□□□□$(1,e^2)$.

43．□2022·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□ $P-ABCD$□□△PAD□□□□4□□□□□□□□□□ $ABCD$ □□□□□□ $AD\parallel BC$□$\angle ABC=60^\circ$□$AB=AD$□□□□□ $P-ABCD$□□□□24□□□□□ $P-ABCD$□□□□□□□□__________.



□□□□$\frac{208\pi}{3}$##$\frac{208}{3}\pi$

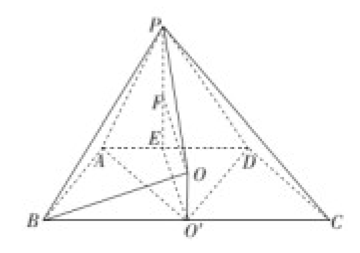
□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□OO'□□□□$ABCD$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□BC□AD□□□O'□E□□□PE□$O'E$□$O'A$□$O'D$.



□□$\triangle PAD$□□□□4□□□□□□□□□$PE=2\sqrt{3}$.

□□□□□$ABCD$□□□□□□$AB=AD=4$□$AD\parallel BC$□$\angle ABC=60^\circ$□

□□$O'E=2\sqrt{3}$□$BC=8$.

□□□□□$P-ABCD$□□□□24□

□□$\frac{1}{3}\times\frac{(4+8)\times 2\sqrt{3}}{2}h=24$□□□$h=2\sqrt{3}$.

□□E□AD□□□□□□$PE\perp AD$.

□□$PE=h=2\sqrt{3}$□□□$PE\perp$□□$ABCD$.

□□$O'A=O'B=O'C=O'D=4$□

□□□□□$ABCD$□□□□□□□O'□□□$r=4$.

□□□□ $P-ABCD$ □□□□□□□ O□□□ OO' □OP□OB□□□ O□ $OF\perp PE$ □□□□ F.

□□□□□ $EFOO'$ □□□□□ $EF=OO'$ □ $OF=O'E=2\sqrt{3}$.

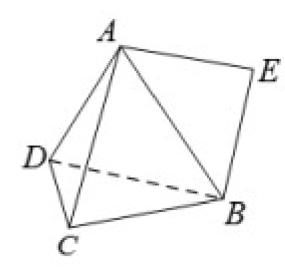
□□□□ $P-ABCD$ □□□□□□□ R□□ $R^2=OO'^2+O'B^2=OF^2+PF^2=O'E^2+(PE-OO')^2$ □□

$R^2=OO'^2+4^2=(2\sqrt{3})^2+(2\sqrt{3}-OO')^2$ □□□ $R^2=\frac{52}{3}$ □

□□□□ $P-ABCD$ □□□□□□□□□ $4\pi R^2=\frac{208\pi}{3}$.

□□□□□ $\frac{208\pi}{3}$

44．□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□□ ABE □□□ AB □□□□□ $A-BCD$ □□□□ $AB=2$ □□□□ AE □□□ AB □□□□□□□□□□□□□□□□ $E-BCD$ □□□□□□□□__________.



□□□□ $\left[\frac{\sqrt{2}-1}{3},\frac{\sqrt{2}+1}{3}\right]$

□□□□

□□□□

□ O□ AB□□□□□ E□□ O□□□□1 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ E□□□ ABC □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□□ 1 □□□ F□ CD□□□□ O□ AB□□□□□□ E□□ O□□□□1 □□□□□□□□□

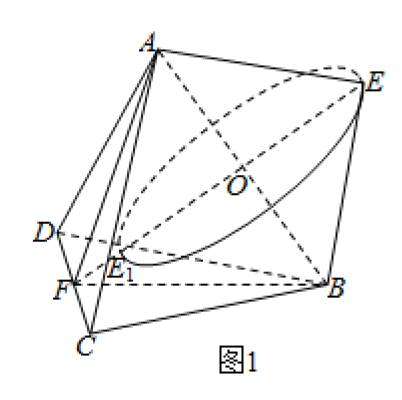


图1

□□□□□ F,O,E □□□□□□ O □ F,E □□□□□□□ $E-BCD$ □□□□□□□□□□ E_1 □□□□□ $E-BCD$ □□□□□□

□ $Rt\triangle BOF$ □□ $BO=1,BF=\sqrt{3},OF=\sqrt{2},\sin\angle BFO=\dfrac{1}{\sqrt{3}},FE=\sqrt{2}+1,FE_1=\sqrt{2}-1$,

□ E,E_1 □□□ BCD □□□□□□ h_1,h_2 □□

$h_1=\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{3},h_2=\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}$ □ $S_{\triangle BCD}=\dfrac{1}{2}\times2\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$,

□□□□□ $E-BCD$ □□□□□□□ $\dfrac{1}{3}\times\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{3}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{3}$ □

□□□ $E-BCD$ □□□□□□□ $\dfrac{1}{3}\times\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}=\dfrac{\sqrt{2}-1}{3}$ □

□□□□□ $E-BCD$ □□□□□□□□ $\left[\dfrac{\sqrt{2}-1}{3},\dfrac{\sqrt{2}+1}{3}\right]$ □

□□□□□ $\left[\dfrac{\sqrt{2}-1}{3},\dfrac{\sqrt{2}+1}{3}\right]$

45□□2022·□□□□·□□□□□□□ a,b,c □□□□□□ a □ c □□□□□□□ $\langle\vec{a},\vec{c}\rangle=\dfrac{\pi}{2}$ □□ $\vec{b}^2-8\vec{b}\cdot\vec{c}+15=0$ □□ $|\vec{a}-\vec{b}|$ □□□□

□____________□

□□□□ $\sqrt{17}-1$

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $|\vec{a}-\vec{b}|$ □□□□.

□□□□

□□□□□□□□ $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$□$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$□$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$□$\overrightarrow{OD}=3\vec{c}$□$\overrightarrow{OE}=5\vec{c}$

$\because\vec{b}^2-8\vec{b}\cdot\vec{c}+15=0$ □ $|\vec{a}|=|\vec{c}|=1$

$\therefore\vec{b}^2-8\vec{b}\cdot\vec{c}+15\vec{c}^2=0$

$\therefore(\vec{b}-3\vec{c})\cdot(\vec{b}-5\vec{c})=0$

$\therefore(\vec{b}-3\vec{c})\perp(\vec{b}-5\vec{c})$

$\therefore\overrightarrow{DB}=\vec{b}-3\vec{c}$□$\overrightarrow{EB}=\vec{b}-5\vec{c}$

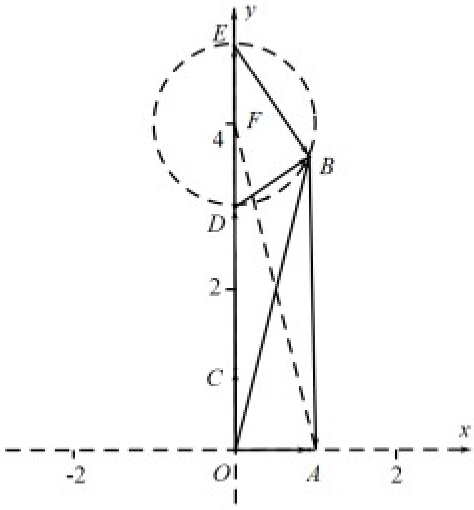
∴ 点 B 在以 F 为圆心，DE 为直径的圆上

又$\because\overrightarrow{BA}=\vec{a}-\vec{b}$

∴ 当点 B 为圆 F 和线段 FA 的交点的时候，$|\overrightarrow{BA}|=|\vec{a}-\vec{b}|$ 最短

$\therefore|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{4^2+1^2}-1=\sqrt{17}-1$

故答案为：$\sqrt{17}-1$



46．(2022·湖南郴州·高三期末) 已知 O 为坐标原点，过点$M(a,0)(a\neq0)$的直线与抛物线$y^2=2px(p>0)$交于 A, B 两点，设直线OA,OB的斜率分别为k_1,k_2，若$k_1k_2=-2p$，则 a 的值为____________.

【答案】1

【解析】

【分析】

设出直线方程，与抛物线方程联立，消元，写韦达；然后根据条件$k_1k_2=-2p$，即可求出 a 的值.

【详解】

因为直线过点$M(a,0)$，所以设直线方程为$x=my+a$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

由$\begin{cases} x=my+a \\ y^2=2px \end{cases}$，得$y^2-2pmy-2pa=0$，

所以$y_1y_2=-2pa$，

又因为点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$在抛物线上，所以$y_1{}^2=2px_1$，$y_2{}^2=2px_2$，

所以$y_1{}^2y_2{}^2=4p^2x_1x_2$，即$\frac{y_1y_2}{x_1x_2}=\frac{4p^2}{y_1y_2}=\frac{4p^2}{-2pa}$，即$\frac{y_1y_2}{x_1x_2}=\frac{2p}{-a}$，

因为$k_1k_2=-2p$，所以$\frac{y_1y_2}{x_1x_2}=\frac{2p}{-a}=-2p$，即$a=1$．

故答案为：1．

47．(2022·广东湛江·高三阶段练习) 在四面体ABCD中，$\angle ACB=60°$，$\angle DCA=90°$，$DC=CB=CA=2$，二面角D-AC-B的大小为120°，则此四面体的外接球的表面积是__________．

【答案】$\frac{(100+16\sqrt{3})\pi}{9}$

【解析】

【分析】

取AC，AD的中点M，N，和ΔABC的中心E，点N是ΔACD外接圆的圆心，点E是ΔABC外接圆的圆心，过点E，N分别作平面ABC和平面ACD的垂线，交于点O，

在四边形$OEMN$中找几何关系，构造方程求解外接圆的半径和表面积．

【详解】

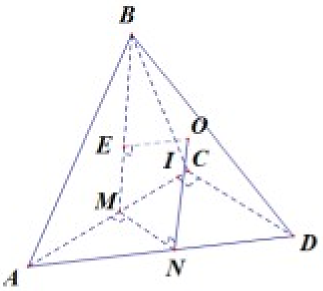
由条件可知ΔABC是等边三角形，

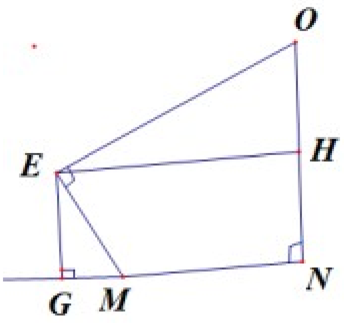
取AC，AD的中点M，N，和ΔABC的中心E，

过点E，N分别作平面ABC和平面ACD的垂线，交于点O，

$\angle EMN=120°$，$\angle EON=60°$，

如图：





由条件可知，$EM=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\angle EMG=60^{\circ}$ $\angle OEH=30^{\circ}$

$\therefore HN=EG=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}$，$EH=GN=GM+MN=\frac{\sqrt{3}}{6}+1$

$\therefore OH=EH\cdot\tan 30^{\circ}=\left(\frac{\sqrt{3}}{6}+1\right)\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{1+2\sqrt{3}}{6}$，

$\therefore ON=OH+HN=\frac{\sqrt{3}+2}{3}$，

$R^2=OD^2=ON^2+ND^2=\left(\frac{\sqrt{3}+2}{3}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2=\frac{25+4\sqrt{3}}{9}$，

$S=4\pi R^2=\frac{100+16\sqrt{3}}{9}\pi$

【点睛】

本题考查了球与几何体的综合问题，考查空间想象能力以及化归和计算能力，（1）当三棱锥的三条侧棱两两垂直时，并且侧棱长为 a,b,c ，那么外接球的直径 $2R=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$，（2）当有一条侧棱垂直于底面时，先找底面外接圆的圆心，过圆心做底面的垂线，球心在垂线上，根据垂直关系建立 R 的方程．（3）而本题类型，需要过两个平面外接圆的圆心作面的垂线，垂线的交点就是球心．

48. (2022·广东湛江·高三阶段练习) 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $M: y^2=2px(p>0)$ 与双曲线

$C: \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$ 有公共焦点 F，抛物线 M 与双曲线 C 交于 A，B 两点，A，B，F 三点共线，则双曲线 C 的离心率为______.

【答案】$\sqrt{2}+1$

【解析】

【分析】

由抛物线和双曲线的对称性可以确定 A，B 两点关于 x 轴对称，从而得到 A 点的坐标，结合 A 点既在抛物线又在双曲线上，可建立 a，c 的关系，从而求出离心率.

【详解】

解：由抛物线和双曲线的对称性可知，A，B 两点关于 x 轴对称，且 $A\left(\frac{p}{2}, p\right)$，

因为 $\frac{p}{2}=c$，所以 $A(c, 2c)$，代入双曲线方程有 $2c=\frac{b^2}{a}$，

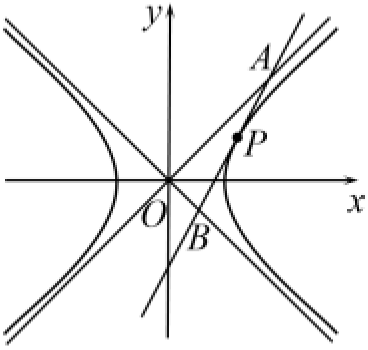
所以 $2ac=c^2-a^2$，

即 $e^2-2e-1=0$，解得 $e=\sqrt{2}+1$.

故答案为：$\sqrt{2}+1$.

49. (2022·广东揭阳·高三期末) 如图所示，已知 $P(x_0, y_0)$ 是双曲线 $C: \frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$ 右支上任意一点，双曲线 C 在点 P 处的切线分别与两条渐近线

$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$ 交于 A，B 两点，则 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=$__________.



【答案】1

【解析】

【分析】

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！

根据切线方程及渐近线方程计算出关于点 A, B 的表达式，再利用向量的数量积的坐标运算求解.

【详解】

如下图所示，设双曲线渐近线上的点 $A(2t_1, \sqrt{3}t_1)$，点 $B(2t_2, -\sqrt{3}t_2)$，

当 $y_0=0$ 时，过点 $P(x_0, y_0)$ 的切线方程为 $x=2$，

当 $y_0\neq 0$ 时，设过点 $P(x_0, y_0)$ 的切线方程为 $y-y_0=k(x-x_0)$，即 $y=k(x-x_0)+y_0$，

代入双曲线方程化简为 $(3-4k^2)x^2+8(k^2x_0-ky_0)x-4(k^2x_0^2+y_0^2-2kx_0y_0+3)=0$，

则 $k\neq\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 且 $\Delta=48[(x_0^2-4)k^2-2x_0y_0k+y_0^2+3]=0$，

因为 $\dfrac{x_0^2}{4}-\dfrac{y_0^2}{3}=1$，所以 $\dfrac{4y_0^2}{3}k^2-2x_0y_0k+\dfrac{3x_0^2}{4}=0$，所以 $k=\dfrac{3x_0}{4y_0}$，

$\therefore$ 在点 $P(x_0, y_0)$ 处的切线方程为 $l:\dfrac{x_0x}{4}-\dfrac{y_0y}{3}=1$，当 $y_0=0$ 也符合；

且点 A，B 又在切线 l 上

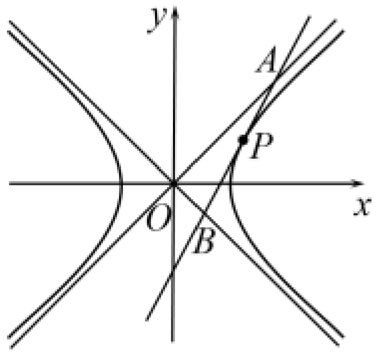
$$\therefore\begin{cases}\left(\dfrac{x_0}{2}-\dfrac{y_0}{\sqrt{3}}\right)t_1=1\\ \left(\dfrac{x_0}{2}+\dfrac{y_0}{\sqrt{3}}\right)t_2=1\end{cases},$$

$$\therefore\left(\frac{x_0^2}{4}-\frac{y_0^2}{3}\right)t_1t_2=1$$

$$\therefore t_1t_2=1$$

$$\therefore\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=(4-3)t_1t_2=1$$

故答案为：1



50.（2022·广东·执信中学高三阶段练习）设 F 为抛物线 $C: y^2=2px(p>0)$ 的焦点，过 F 作倾斜角为 $60°$ 的直线交 C 于 A，B 两点，若 $¿AF∨-¿BF∨¿4$，则 $¿AB∨¿$__________.

【答案】8

【解析】

【分析】

由抛物线的定义可得 $¿AF∨-¿BF∨¿\left(x_1+\frac{p}{2}\right)-\left(x_2+\frac{p}{2}\right)=x_1-x_2=4$，设直线 AB 的方程为 $y=\sqrt{3}\left(x-\frac{p}{2}\right)$，然后直线方程与椭圆方程联立成方程组，消去 y 得 $3x^2-5px+\frac{3}{4}p^2=0$，再由根与系数的关系可得 $x_1+x_2=\frac{5}{3}p, x_1x_2=\frac{1}{4}p^2$，结合前面的式子可求出 p 的值，从而可得答案

【详解】

解：设 $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$（$x_1>0, x_2>0$），则

$¿AF∨-¿BF∨¿\left(x_1+\frac{p}{2}\right)-\left(x_2+\frac{p}{2}\right)=x_1-x_2=4$，

直线 AB 的方程为 $y=\sqrt{3}\left(x-\frac{p}{2}\right)$，

由 $\begin{cases} y=\sqrt{3}\left(x-\frac{p}{2}\right) \\ y^2=2px \end{cases}$，得 $3x^2-5px+\frac{3}{4}p^2=0$，

所以 $x_1+x_2=\frac{5}{3}p, x_1x_2=\frac{1}{4}p^2$，

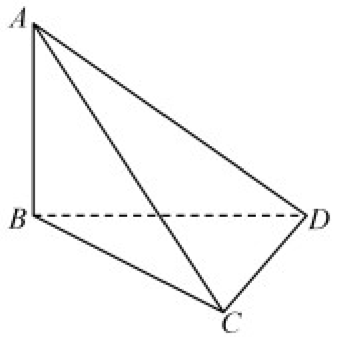
所以 $(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=\frac{16}{9}p^2=4^2$，

因为 $p>0$，所以 $p=3$，

所以$¿AB\vee¿x_1+x_2+p=\frac{8}{3}p=8$，

故答案为：8

51．(2022·广东潮州·高三期末) 在《九章算术》中，将四个面都是直角三角形的四面体称为鳖臑，在鳖臑$A\text{-}BCD$中，$AB\perp$平面BCD，$CD\perp AD$，$AB=BD=\sqrt{2}$，已知动点E从C点出发，沿外表面经过棱AD上一点到点B的最短距离为$\sqrt{10}$，则该棱锥的外接球的表面积为__________.



【答案】8π

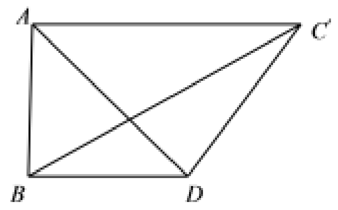
【解析】

【分析】

先利用展开图，根据最短距离，利用余弦定理求得CD的长，然后将该棱锥补成一个长方体求解．

【详解】

如图所示：



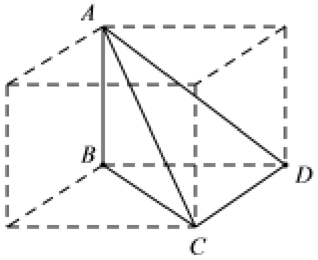
设$CD=x$，由题意得：$C'B=\sqrt{10}$，

在$\triangle C'BD$中，由余弦定理得：$C'B^2=C'D^2+BD^2-2C'D\cdot BD\cdot\cos 135^{\circ}$，

即$\left(\sqrt{10}\right)^2=x^2+\left(\sqrt{2}\right)^2-2x\cdot\sqrt{2}\cdot\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$，

即$x^2+4x-8=0$，解得$x=2$或$x=-4$（舍去），

如图所示：



该棱锥的外接球即为长方体的外接球，

则外接球的半径为: $R=\frac{1}{2}\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2+2^2}=\sqrt{2}$,

所以外接球的表面积为 $S=4\pi R^2=8\pi$，

故答案为: 8π

52. (2022·湖南常德·高三期末) 已知正三棱锥 $A-BCD$ 的底面是边长为 $2\sqrt{3}$ 的等边三角形，其内切球的表面积为 π，且和各侧面分别相切于点 F、M、N 三点，则 $\triangle FMN$ 的周长为______.

【答案】$\frac{6\sqrt{3}}{5}$

【解析】

【分析】

设三棱锥 $A-BCD$ 的内切球球心为点 O，计算出正三棱锥 $A-BCD$ 的高，可计算得出该三棱锥侧面上的高，计算出 $\triangle FMN$ 的边长，分析可知 $\triangle FMN$ 为等边三角形，即可得解.

【详解】

设三棱锥 $A-BCD$ 的内切球球心为点 O，设球 O 切三棱锥的侧面 ACD 于点 F，

取 CD 的中点 E，连接 BE，设正 $\triangle BCD$ 的中心为点 G，则 G 在线段 BE 上，

设 $AG=h$，$\triangle BCD$ 的外接圆半径为 $BG=\frac{2\sqrt{3}}{2\sin 60^\circ}=2$，则¿$=\frac{1}{2}BG=1$，

$\because AC=CD$，E 为 CD 的中点，则 $AE\perp CD$，$AE=\sqrt{AG^2+GE^2}=\sqrt{h^2+1}$，

设球 O 的半径为 r，则 $4\pi r^2=\pi$，可得 $r=\frac{1}{2}$，即 $OF=OG=\frac{1}{2}$，

由正棱锥的性质可知$AG\perp$平面BCD，因为$BE\subset$平面BCD，则$AG\perp BE$,

$\because OF\perp AE$, 所以, $\sin\angle EAG=\frac{OF}{OA}=\frac{¿}{AE}$, 即$\frac{\frac{1}{2}}{h-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{h^2+1}}$, 解得$h=\frac{4}{3}$,

$\therefore OA=AG-OG=\frac{4}{3}-\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$, $AF=\sqrt{AO^2-OF^2}=\sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{2}{3}$,

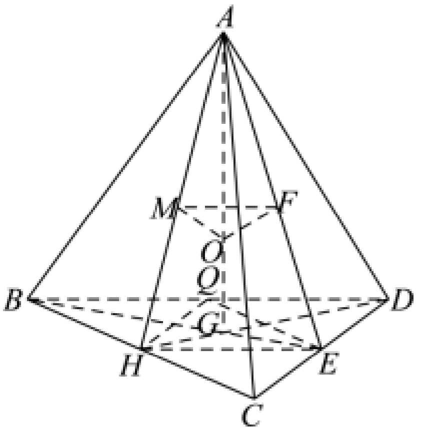
取BC的中点H，连接AH、EH，设球O切侧面ABC于点M，连接FM,

同理可得$AM=\frac{2}{3}$, $AH=AE=\sqrt{AG^2+GE^2}=\frac{5}{3}$,

因为H、E分别为BC、CD的中点，则$EH=\frac{1}{2}BD=\sqrt{3}$,

$\because \frac{AF}{AE}=\frac{AM}{AH}=\frac{2}{5}$, 则$FM//EH$, 且$\frac{FM}{EH}=\frac{AF}{AE}=\frac{2}{5}$, 故$FM=\frac{2}{5}EH=\frac{2\sqrt{3}}{5}$,

设BD的中点为Q，连接EQ、HQ，则$EQ=HQ=EH=\sqrt{3}$，故$\triangle EHQ$为等边三角形,



易知$\triangle FMN$为等边三角形，故$\triangle FMN$的周长为$3\times\frac{2\sqrt{3}}{5}=\frac{6\sqrt{3}}{5}$.

故答案为: $\frac{6\sqrt{3}}{5}$.

【点睛】

方法点睛：解决与球相关的切、接问题，其通法是作出截面，将空间几何问题转化为平面几何问题求解，其解题思维流程如下:

（1）定球心：如果是内切球，球心到切点的距离相等且为球的半径；如果是外接球，球心到接点的距离相等且为半径；

（2）作截面：选准最佳角度做出截面（要使这个截面尽可能多的包含球、几何体的各种元素以及体现这些元素的关系），达到空间问题平面化的目的；

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究!

（3）求半径下结论：根据作出截面中的几何元素，建立关于球的半径的方程，并求解．

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！